



الميكانيك الهندسي

علم السكون

Engineering Mechanics

Statics

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

جزء 1

جامعة دمشق - 2022-2023

1

A α alpha	N ν nu
B β beta	Ξ ξ ksi
Γ γ gamma	O o omicron
Δ δ delta	Π π pi
E ε epsilon	P ρ rho
Z ζ zeta	Σ σ sigma
H η eta	T τ tau
Θ θ theta	Υ υ upsilon
I ι iota	Φ φ phi
K κ kappa	X χ chi
Λ λ lambda	Ψ ψ psi
M μ mu	Ω ω omega

Green alphabet chart © by de Traci Regula; licensed to About.com

جامعة دمشق - 2022-2023

2

SI Unit Prefix

Prefix		Symbol	Factor
Yocto	Septillionth	y	10^{-24}
Zepto	Sextillionth	z	10^{-21}
Atto	Quintillionth	a	10^{-18}
Femto	Quadrillionth	f	10^{-15}
Pico	Trillionth	p	10^{-12}
Nano	Billionth	n	10^{-9}
Micro	Millionth	μ	10^{-6}
Milli	Thousandth	m	10^{-3}
Centi	Hundredth	c	10^{-2}
Deci	Tenth	d	10^{-1}
	One		10^0
Deca	Ten	da	10^1
Hecto	Hundred	h	10^2
Kilo	Thousand	k	10^3
Mega	Million	M	10^6
Giga	Billion	G	10^9
Tera	Trillion	T	10^{12}
Peta	Quadrillion	P	10^{15}
Exa	Quintillion	E	10^{18}
Zetta	Sextillion	Z	10^{21}
Yotta	Septillion	Y	10^{24}

جامعة دمشق - 2023-2022

3

SI Derived Unit

Derived quantity	Name	Symbol	Other symbol	Base units
plane angle	radian	rad	-	$\text{m} \cdot \text{m}^{-1} = 1$
solid angle	steradian	sr	-	$\text{m}^2 \cdot \text{m}^{-2} = 1$
frequency	hertz	Hz	-	s^{-1}
force	newton	N	-	$\text{m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$
pressure, stress	pascal	Pa	N/m^2	$\text{m}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$
energy, work, quantity of heat	joule	J	Nm	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$
power, radiant flux	watt	W	J/s	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$
electric charge, quantity of electricity	coulomb	C	-	$\text{s} \cdot \text{A}$
electric potential, difference, electromotive force	volt	V	W/A	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1}$
capacitance	farad	F	C/V	$\text{m}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^4 \cdot \text{A}^2$
electric conductance	siemens	S	A/V	$\text{m}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^3 \cdot \text{A}^2$
electric resistance	ohm	Ω	V/A	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-2}$
magnetic flux	weber	Wb	Vs	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$
magnetic flux density	tesla	T	Wb/m^2	$\text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$
inductance	henry	H	Wb/A	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$
Celsius temperature	degree Celsius	$^{\circ}\text{C}$	-	K
luminous flux	lumen	lm	$\text{cd} \cdot \text{sr}$	$\text{m}^2 \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{cd} = \text{cd}$
illuminance	lux	lx	lm/m^2	$\text{m}^2 \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{cd} = \text{m}^{-2} \cdot \text{cd}$
activity (of a radionuclide)	becquerel	Bq	-	s^{-1}
absorbed dose, specific energy (imparted), kerma	gray	Gy	J/kg	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
dose equivalent	sievert	Sv	J/kg	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
catalytic activity	katal	kat	-	$\text{s}^{-1} \cdot \text{mol}$

جامعة دمشق - 2023-2022

4

نظام إحداثيات الفضاء الهندسي

Cartesian coordinate system (also called the "rectangular coordinate system"), which, for three-dimensional flat space, uses three numbers representing distances.

Curvilinear coordinates are a generalization of coordinate systems generally; the system is based on the intersection of curves.

Polar coordinate system represents a point in the plane by an angle and a distance from the origin.

Log-polar coordinate system represents a point in the plane by an angle and the logarithm of the distance from the origin.

Cylindrical coordinate system represents a point in space by an angle, a distance from the origin and a height.

Spherical coordinate system represents a point in space with two angles and a distance from the origin.

Plücker coordinates are a way of representing lines in 3D Euclidean space using a six-couple of numbers as homogeneous coordinates.

Generalized coordinates are used in the Lagrangian treatment of mechanics.

Canonical coordinates are used in the Hamiltonian treatment of mechanics.

Parallel coordinates visualizes a point in n -dimensional space as a polyline connecting points on n vertical lines.

جامعة دمشق - 2022-2023

5

الميكانيك الهندسي

فرع من علوم الفيزياء، يُعنى بدراسة حالة الأجسام الساكنة أو المتحركة، تحت تأثير الأحمال والقوى المطبقة عليها



جامعة دمشق - 2022-2023

6

خطوات تصميم المنشآت الهندسية

- تحديد طبيعة المنشأة ووظيفتها
- اختيار مواد البناء
- تحديد قيمة القوى والأحمال المطبقة
- التحليل الإنشائي وحساب القوى المطبقة على عناصر المنشأة
- تصميم عناصر المنشأة وفق الإجهادات المسموحة للمواد

جامعة دمشق - 2022-2023

7

منهجية التصميم

ميكانيك السكون

كخطوة أولى يتم بموجبه دراسة توازن المنشأة واستقرارها (انقلاب، انزياح) تحت تأثير القوى والأحمال الخارجية المطبقة عليها.

التحليل الإنشائي

يرتكز بأساسياته على ميكانيك السكون، حيث نسعى من خلال دراسة التوازن الساكن للعنصر لتحديد الإجهادات (القوى الداخلية) المطبقة على عناصر المنشأة بأشكالها المختلفة (قوى محورية، قوى القص، عزوم الثني والفتل...).

مقاومة المواد

يتم تصميم مقطع العناصر الإنشائية وفق المقاومة المسموحة للمواد المستخدمة في حدود التشوهات المسموحة..

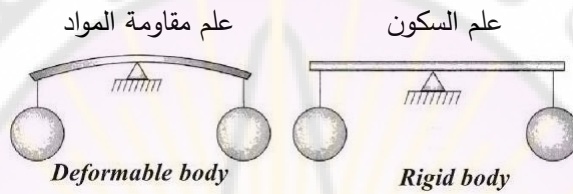


جامعة دمشق - 2022-2023

8

علم السكون

علم السكون هو فرع من فروع الميكانيك حيث يعنى بدراسة توزيع وتوازن القوى المؤثرة في مجمل كتلة الجسم. في هذا المجال من الميكانيك، يُفترض أن يكون الجسم الذي تعمل فيه القوى صلباً (غير قابلاً للتشوه) Rigid Body، في حين ينظر علم مقاومة المواد في سلوك الأجسام كالأجسام قابلة للتشوه Deformable Body



جامعة دمشق - 2022-2023

9

التصنيف الفيزيائي للقوى في تصميم المنشآت

القوى الداخلية

- الوزن الذاتي للجسم

القوى الخارجية

- الأحمال الثابتة والأحمال المتحركة المطبقة داخل المنشأة
- أو بمصطلح هندسي: الأحمال الميتة والأحمال الحية (Dead & Live Loads)
- الأحمال الخارجية: الثلوج، الأمطار، المياه، ... (Snow, Rain, Hydraulic Loads)
- قوى الرياح والعواصف ... (Wind Loads)
- القوى الديناميكية أو الأحمال الترددية (Dynamic Loads)
- قوى الزلازل (Snow & wind Loads)
- القوى المكافئة للتغيرات الحرارية (Snow & wind Loads)

الإجهادات الداخلية وتعرف بأنها القوى الداخلية الناتجة عن الأحمال الخارجية، تقسم إلى:

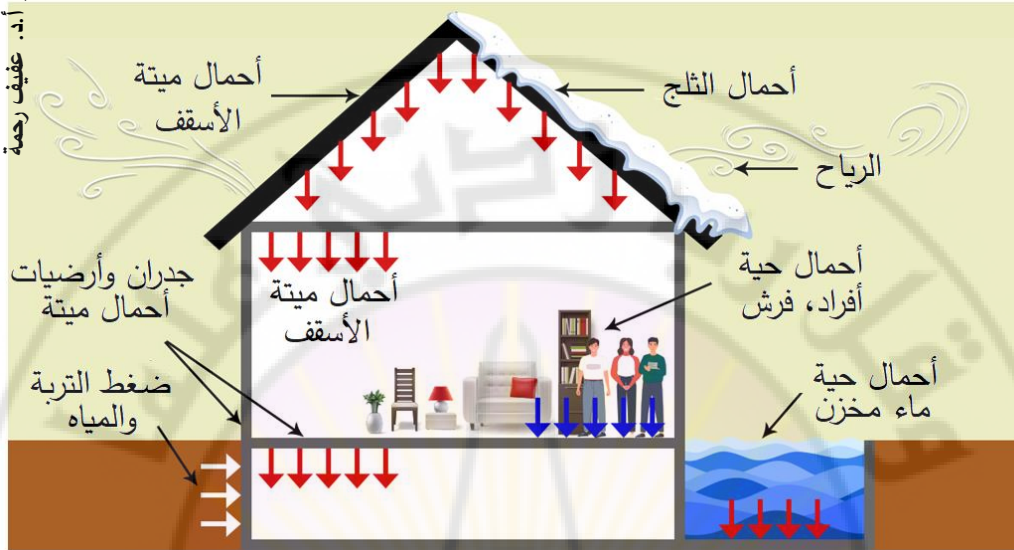
- الإجهادات الناعمية Normal stresses (عمودية على سطح التحميل)،
- إجهادات القص Transverse or Shear stresses (منطبقة على سطح القطع).

جامعة دمشق - 2022-2023

10

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

التصنيف الفيزيائي للقوى في تصميم المنشآت



جامعة دمشق - 2022-2023

11

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

الأحمال الديناميكية

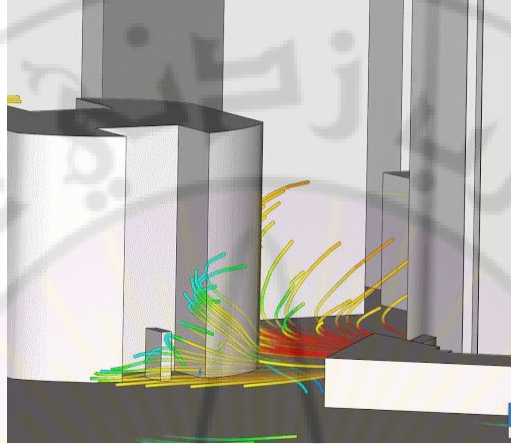


جامعة دمشق - 2022-2023

12

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

أحمال الرياح

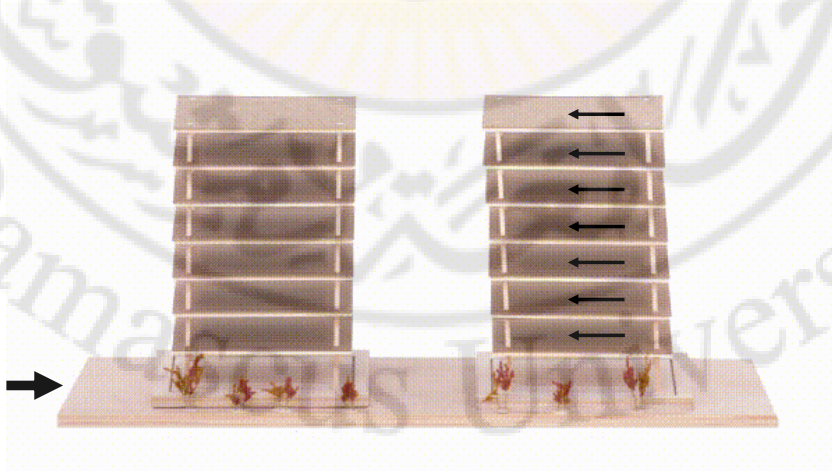


جامعة دمشق - 2022-2023

13

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

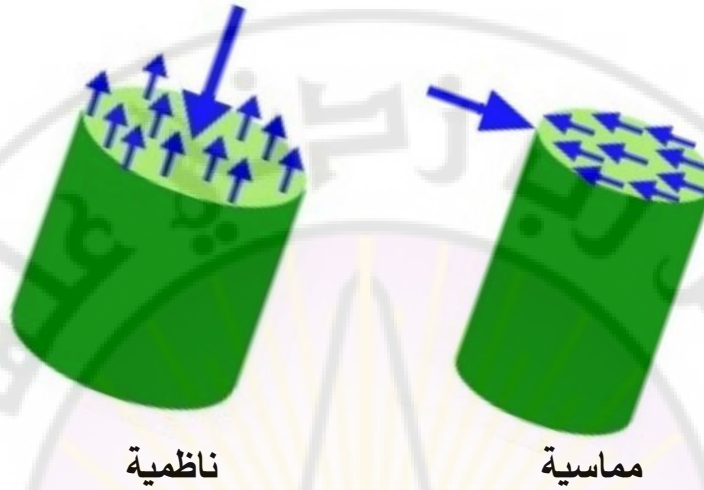
أحمال الزلازل



جامعة دمشق - 2022-2023

14

القوى والإجهادات



جامعة دمشق - 2022-2023

15

التصنيف الهندسي للقوى

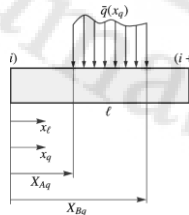
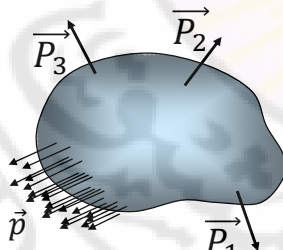
القوى الذاتية: يعبر عنها بمحصلة الوزن الذاتي لجزيئات الجسم

القوى الخارجية

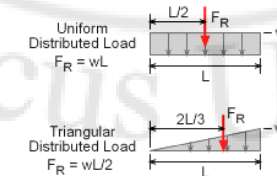
قوة مركزة \vec{P} : تؤخذ كقوة مطبقة في نقطة.

القوى الموزعة \vec{p} : منها المنتظمة أو غير المنتظمة، تطبق على الجسم أو على مساحة محددة الأبعاد.

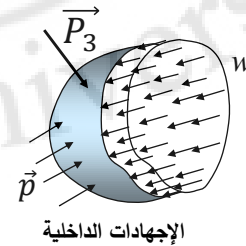
الإجهادات الداخلية w : وهي كثافة القوى الداخلية التي تبديها المادة لمقاومة القوى الخارجية.



قوى موزعة غير منتظمة
(لا يمكن تمثيلها بمعادلة رياضية)



قوى موزعة منتظمة (ثابتة، ومثلثية، ...)
وكل ما يمكن تمثيله بمعادلة رياضية

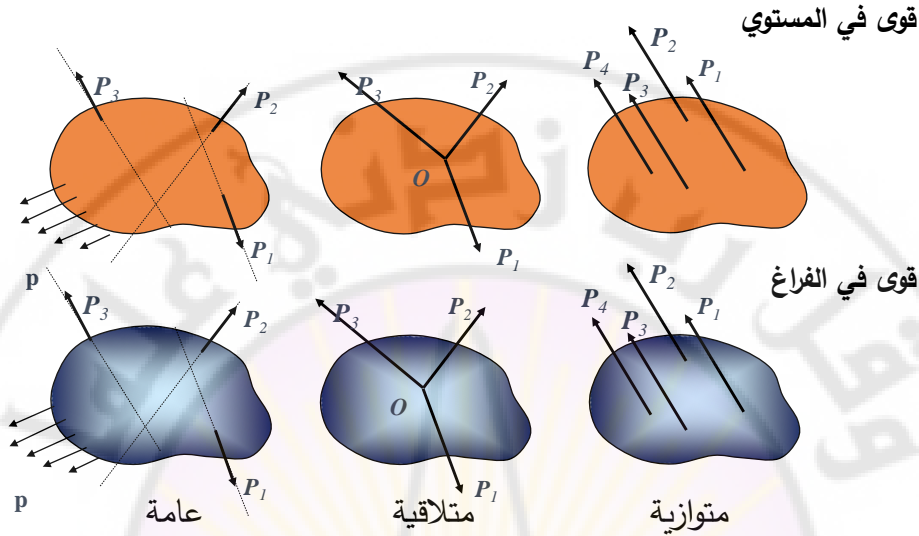


الإجهادات الداخلية

جامعة دمشق - 2022-2023

16

التصنيف الهندسي للقوى



جامعة دمشق - 2022-2023

17

نظام الإحداثيات الفضاء الهندسي

نظام الإحداثيات الديكارتي

يُعرّف نظام الإحداثيات الديكارتي، ثنائي، وثلاثي الأبعاد بمحاور الإحداثيات X, Y, Z المتعامدة فيما بينها والمتلاقية في نقطة واحدة O .

تسمى المعادلات التي تستخدم الإحداثيات الديكارتية، بالمعادلات الديكارتية.

أما التعمد فيما بين المحاور الديكارتية فيعبر عن استقلالية المحاور عن بعضها البعض بحيث يكون التغير معدوم Covariance zero:

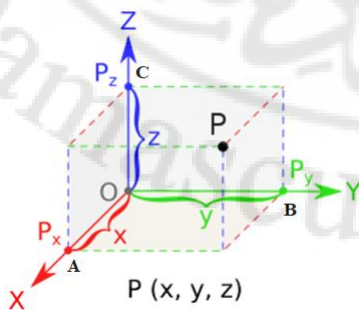
$$\text{COV}(X, Y)=0, \text{ or } |X| \cdot |Y| \cdot \cos\theta_{XY}=0$$

$$\text{COV}(X, Z)=0, \text{ or } |X| \cdot |Z| \cdot \cos\theta_{XZ}=0$$

$$\text{COV}(Y, Z)=0, \text{ or } |Y| \cdot |Z| \cdot \cos\theta_{YZ}=0$$

مع

$$\theta_{XY}=\pi/2, \theta_{XZ}=\pi/2, \theta_{YZ}=\pi/2,$$

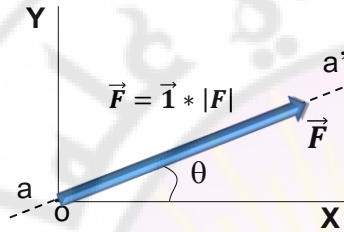


جامعة دمشق - 2022-2023

18

المقادير السلمية والمقادير الشعاعية

في علم الميكانيك نميز نوعين من المقادير:
المقادير السلمية (Scalar Quantities)، مثل الطول، الحجم، الكتلة، العمل...، وهي مقادير فيزيائية مستقلة عن المكان.
المقادير الشعاعية (Vector Quantities) وهي مقادير مرتبطة بالمكان، مثل الوزن، الأحمال الخارجية، الإجهادات الداخلية، السرعة، الانتقال، العزم...، حيث يعبر عنها في الفضاء الهندسي بشعاع.



عناصر الشعاع

يُعرّف الشعاع بالعناصر الأربع التالية:

o نقطة تطبيق القوة،

$|F|$: شدة القوة، أو القياس الجبري للشعاع

aa': حامل الشعاع

→: اتجاه القوة

إذا نسب الشعاع للمحاور الإحداثية فيمكن استبدال حامل الشعاع بزاوية ميل الشعاع θ .

جامعة دمشق - 2022-2023

19

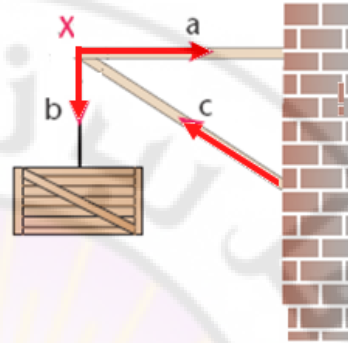
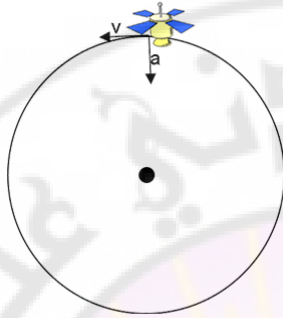
تصنيف الأشعة



جامعة دمشق - 2022-2023

20

تصنيف الأشعة



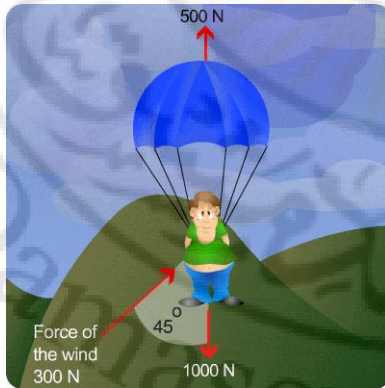
الشعاع المقيد: له نقطة تطبيق O محددة المسار مع ثبات عناصره الأخرى.

الشعاع الثابت: عناصره الأربعة ثابتة.

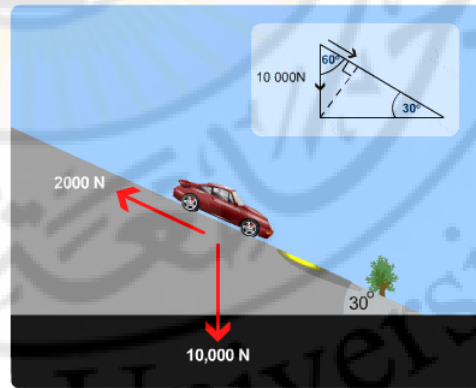
جامعة دمشق - 2022-2023

21

تصنيف الأشعة



الشعاع الحر أو الطليق: يمكن لمبدئه الحركة حراً في الفضاء مع ثبات عناصره الأخرى



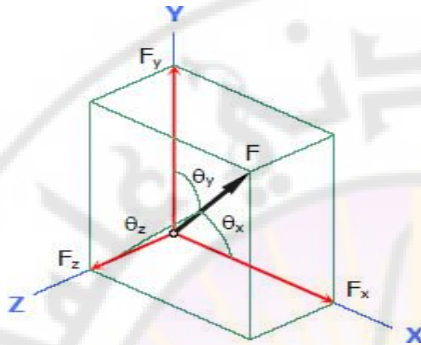
الشعاع المنزلق: يمكن له الحركة على طول خط حامله، دون التأثير على التحليل.

جامعة دمشق - 2022-2023

22

تمثيل الأشعة في فضاء الإحداثيات الديكارتية

يُعبّر عن الشعاع في فضاء الإحداثيات الديكارتية بأشعة مركباته حسب المحاور X, Y, Z



$$\vec{F}_x = \vec{F} \cos \theta_x$$

$$\vec{F}_y = \vec{F} \cos \theta_y$$

$$\vec{F}_z = \vec{F} \cos \theta_z$$

$$\vec{F} = \sqrt{(\vec{F}_x^2 + \vec{F}_y^2 + \vec{F}_z^2)} \quad \text{ويكون}$$

$$\cos \theta_x = \vec{F}_x / \vec{F}$$

$$\cos \theta_y = \vec{F}_y / \vec{F}$$

$$\cos \theta_z = \vec{F}_z / \vec{F}$$

حيث:

$$\cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_z = 1$$

جامعة دمشق - 2022-2023

23

تمثيل واحدة الشعاع $\vec{\lambda}$ في فضاء الإحداثيات

يمثل $\vec{\lambda}$ في فضاء الإحداثيات X, Y, Z بالترتيب بأشعة مركباته $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ ممثلاً بالشكل الرياضي:

$$\vec{\lambda} = \cos \theta_x \vec{i} + \cos \theta_y \vec{j} + \cos \theta_z \vec{k}$$

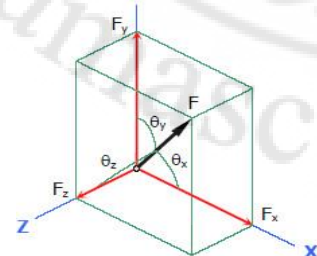
ولتأخذ القوة \vec{F} الشكل:

$$\vec{F} = |F| (\cos \theta_x \vec{i} + \cos \theta_y \vec{j} + \cos \theta_z \vec{k})$$

حيث $|F|$ القيمة السلمية للقوة F

بتعبير آخر تكتب المعادلة بالشكل:

$$\vec{F} = |F_x| \vec{i} + |F_y| \vec{j} + |F_z| \vec{k}$$



جامعة دمشق - 2022-2023

24

أما الشعاع \vec{F} المعبر عنه بجداء القيمة السلمية $|F|$ بوحدة الشعاع $\vec{\lambda}$

$$\vec{F} = \vec{\lambda} * |F|$$

فيأخذ شكله العام بالصيغة

$$\vec{F} = \vec{\lambda} * (n * |f|)$$

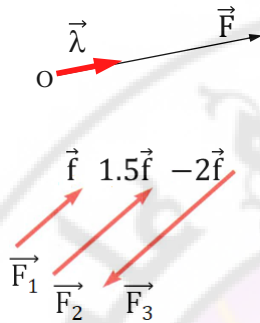
و

$$\vec{F} = n (|f_x| \vec{i} + |f_y| \vec{j} + |f_z| \vec{k})$$

مع

$|f|$ واحدة القيمة السلمية

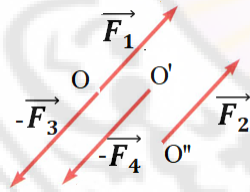
n عامل تصعيد القيمة السلمية، حيث n قيمة موجبة أو سالبة.



جامعة دمشق - 2022-2023

25

القياس الجبري للأشعة



لنأخذ الأشعة $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ فإننا نلاحظ أن

• الأشعة \vec{F}_1, \vec{F}_2 متساوية لها نفس الشدة والاتجاه، لكن في نقاط تطبيق مختلفة.

• الشعاع $-\vec{F}_3$ و $-\vec{F}_4$ متساوية ولها نفس الشدة لكنها تعاكس في

الاتجاه الأشعة \vec{F}_1 و \vec{F}_2 . يعبر عن اتجاهها المعاكس بالإشارة (-).

• يرمز للقياس الجبري للأشعة بالرمز $+\vec{F}_1, +\vec{F}_2, -\vec{F}_3, -\vec{F}_4$

كما يمكن استخدام الشكل $|\vec{F}_1|, +|\vec{F}_2|, -|\vec{F}_3|, -|\vec{F}_4|$

ملاحظة:

الاتجاه الموجب والسالب اتجاه اصطلاحي، يرتبط غالباً باتجاهات المحاور الإحداثية Z Y X

جامعة دمشق - 2022-2023

26

محصولة جملة قوى في مستوي - الحل بالطريقة التخطيطية

يمكن تمثيل شدة واتجاه ومنحى شعاع المحصولة \vec{R} لشعاعي القوتين \vec{P} و \vec{Q} تخطيطياً وفق ما يلي:

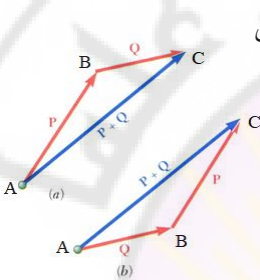
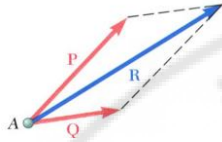
1. محصولة القوتين يساوي بالشدة والاتجاه قطر متوازي الأضلاع، حيث تمثل القوتين بالضلعين المتجاورتين .

2. بشكل آخر يمكن تمثيل شعاع المحصولة \vec{R} وفق الطريقة التخطيطية ABC، حيث:

يبدأ كل شعاع من نهاية سابقه، ويرسم شعاع المحصولة \vec{R} من بداية الشعاع الأول، وينتهي خطياً مع نهاية الشعاع الأخير، وهو شرط تحقيق التوازن بين مجموع الأشعة ومحصولتها.

$$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$$

ملاحظة: تجميع الأشعة غير مفيد بترتيب محدد.
تعتمد النتائج على دقة الرسم



جامعة دمشق - 2022-2023

27

محصولة جملة قوى في مستوي - الحل وفق نظرية المثلثات

3. قانون الكوسينوس $\cos\beta$ (أو نظرية Kashi)

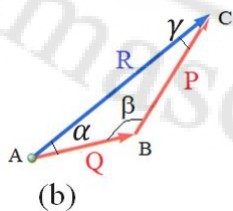
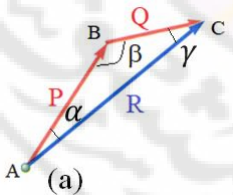
$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ\cos\beta$$

حيث β الزاوية الكائنة بين الشعاعين \vec{P} و \vec{Q}

4. قانون السينوس $\sin\beta$

$$\frac{\sin\alpha}{Q} = \frac{\sin\beta}{R} = \frac{\sin\gamma}{P} \quad \checkmark \text{ الشكل (a)}$$

$$\frac{\sin\alpha}{P} = \frac{\sin\beta}{R} = \frac{\sin\gamma}{Q} \quad \checkmark \text{ الشكل (b)}$$



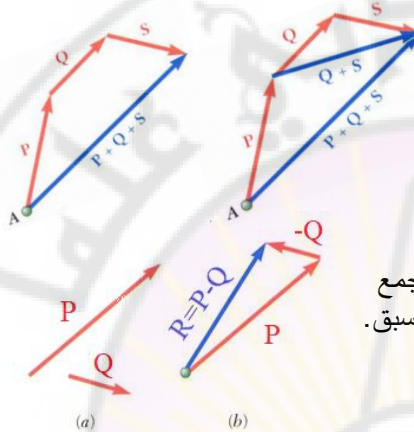
جامعة دمشق - 2022-2023

28

خصائص جبر الأشعة

جمع مجموعة من الأشعة

- يقبل جمع ثلاثة أشعة أو أكثر من خلال التطبيق المتكرر لقاعدة جمع شعاعين، أو التجميع الشعاعي (التخطيطي) باعتماد الشكل متعدد الأضلاع.



خصائص جمع الأشعة

- جمع الأشعة تبادلي $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$
- جمع مجموعة من الأشعة تراكبي $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{S} = (\vec{P} + \vec{Q}) + \vec{S} = \vec{P} + (\vec{Q} + \vec{S})$

طرح الأشعة

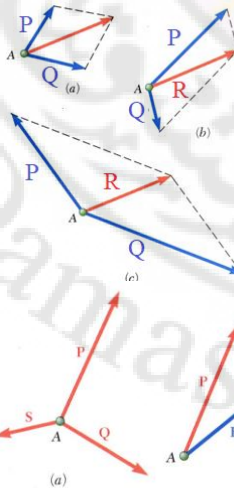
تخطيطيًا يتم طرح الشعاع Q من الشعاع P بجمع الشعاع P مع عكس اتجاه الشعاع Q، وفق ما سبق.

$$\vec{P} - \vec{Q} = \vec{P} + \vec{Q}$$

جامعة دمشق - 2022-2023

29

محصلة القوى المتزامنة



القوى المتزامنة : مجموعة من القوى تمر جميعها عبر نقطة واحدة.

- يمكن استبدال مجموعة من أشعة القوى المتزامنة المطبقة على الجسم بقوة واحدة \vec{R} يكافئ فعلها محصلة أفعال أشعة القوى المطبقة.

ملاحظة : إذا كان شعاع محصلة القوى مساوي لمجموع أشعة القوى.

$$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{S} = \vec{R}$$

فإن القياس الجبري للمحصلة $|\vec{R}|$ لا يساوي مجموع القياس الجبري للقوى، إلا إذا كانت جميع القوى متوازية.

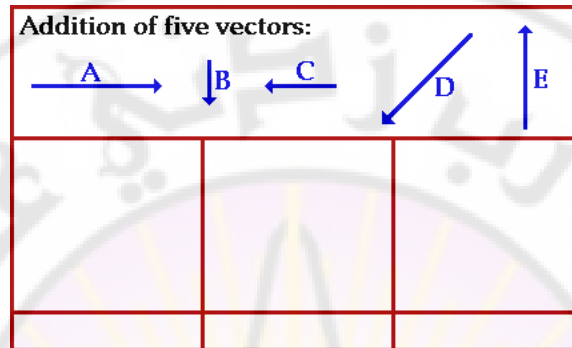
$$|P| + |Q| + |S| \neq |R|$$

قوى متزامنة

جامعة دمشق - 2022-2023

30

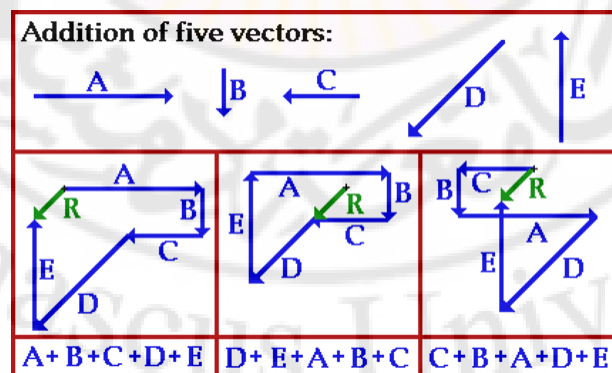
المحاضر أ.د. عفيف رحمة



جامعة دمشق - 2022-2023

31

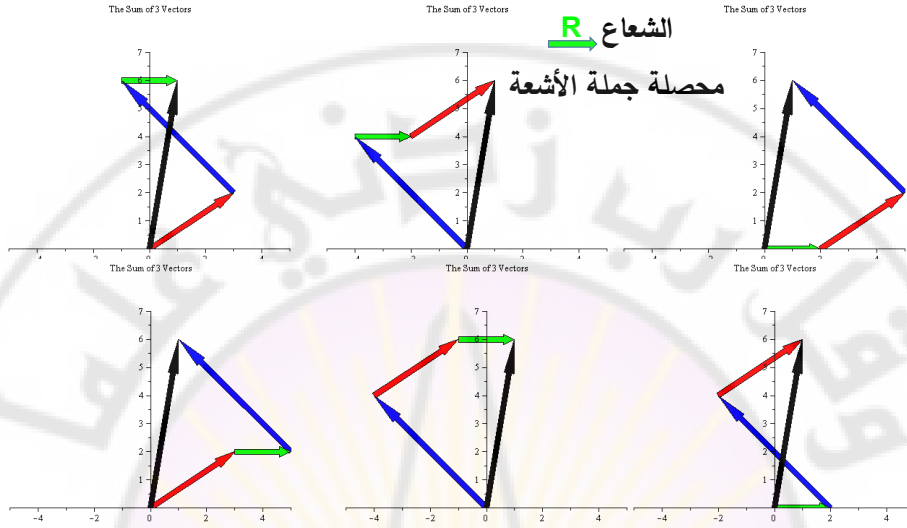
المحاضر أ.د. عفيف رحمة



جامعة دمشق - 2022-2023

32

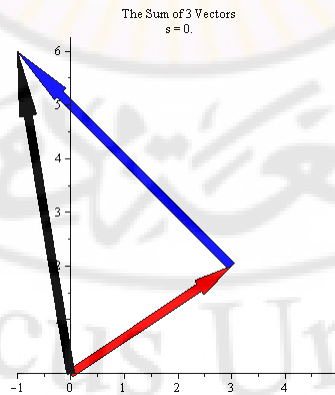
مثال تجميع ثلاثة أشعة



جامعة دمشق - 2022-2023

33

مثال تجميع ثلاثة أشعة أحدها متغير من 0 إلى 3

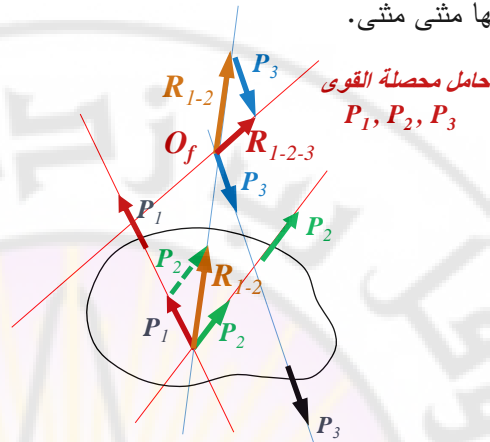
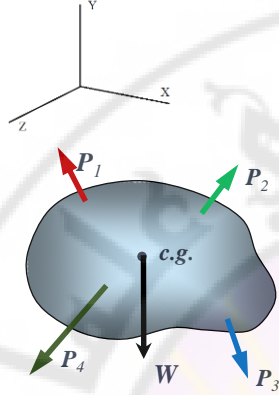

<https://www.maplesoft.com/applications/view.aspx?SID=6576&view=html>
<https://www.mathsisfun.com/algebra/vectors.html>

جامعة دمشق - 2022-2023

34

مركز تطبيق مجموعة قوى ثابتة - الطريقة التخطيطية

لتحديد مركز تطبيق مجموعة من القوى الثابتة، تخطيطياً، يتم **زلق** القوى بالتتالي على حواملها مثتى مثتى.



حتى يكون الجسم ثابت ومستقر يجب أن يمرّ حامل المحصلة النهائية للقوى في مركز ثقل الجسم c.g. ، وأن يعاكس \vec{W} بالشدة والاتجاه.

جامعة دمشق - 2022-2023

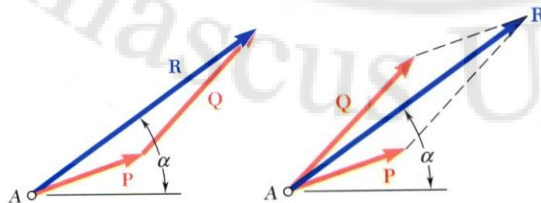
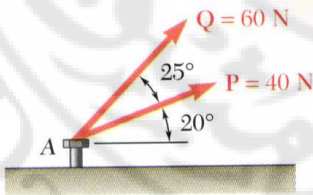
35

مثال 1

المطلوب تحديد شعاع محصلة القوى P و Q المطبقة في النقطة A

الطريقة التخطيطية

- أنشئ متوازي أضلاع اتجاهه P و Q بأطوال متناسبة مع شدة القوى.
- احسب بالقياس شدة قطر متوازي الأضلاع المكافئ للمحصلة R.
- احسب بالقياس قيمة الزاوية α ميل اتجاه المحصلة R.



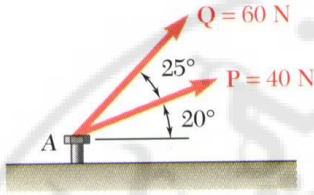
$$R = 98 \text{ N} \quad \alpha = 35^\circ$$

جامعة دمشق - 2022-2023

36

الحل بحساب المثلثات

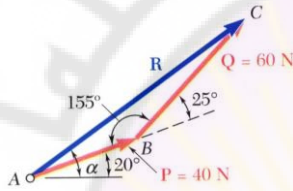
- استخدم قاعدة المثلثات بإضافة الشعاع R بالتزامن مع قانون جيب التمام و قانون الجيب لإيجاد النتيجة.
- باستخدام قانون تمام الجيب \cos



$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos B$$

$$= (40\text{N})^2 + (60\text{N})^2 - 2(40\text{N})(60\text{N})\cos 155^\circ$$

$$R = 97.73\text{N}$$



- باستخدام قانون الجيب \sin

$$\frac{\sin A}{Q} = \frac{\sin B}{R}$$

$$\sin A = \frac{Q}{R} \sin B = \frac{60\text{N}}{97.73\text{N}} \sin 155^\circ$$

$$A = 15.04^\circ$$

$$\alpha = 20^\circ + A = 35.04^\circ$$

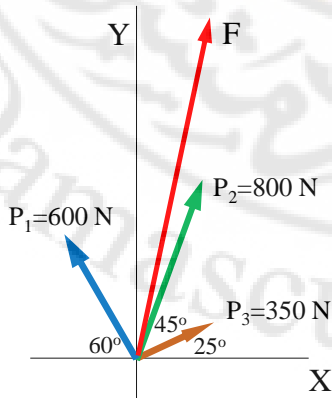
$$\alpha = 35.04^\circ$$

جامعة دمشق - 2022-2023

37

مثال 2

باستخدام طريقة الإسقاط، حدد محصلة القوى الثلاث المبينة بالشكل:



$$\Sigma F_x = 350 \cos 25^\circ + 800 \cos 70^\circ + 600 \cos 120^\circ =$$

$$317.2 + 273.6 - 300 = 290.8 \quad [\text{N}]$$

$$\Sigma F_y = 350 \sin 25^\circ + 800 \sin 70^\circ + 600 \sin 120^\circ =$$

$$147.9 + 751 + 519.6 = 1419.3 \quad [\text{N}]$$

$$\vec{F} = 290.8 \cdot \vec{i} + 1419.3 \cdot \vec{j} \quad [\text{N}]$$

$$|F| = \sqrt{290.8^2 + 1419.3^2} = 1449.3 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x} = \tan^{-1} \frac{1419.3}{290.8} = 78.4^\circ$$

$$F = 1449.3 \text{ N} \quad \theta = 78.4^\circ$$

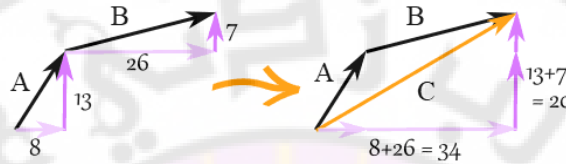
جامعة دمشق - 2022-2023

38

مثال 3

بطريقة جمع مركبات الأشعة، أوجد قيمة واتجاه المحصلة C للقوتين

$$B = (26, 7) \text{ و } A = (8, 13)$$



$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{C} = (8, 13) + (26, 7) = (8+26, 13+7) = (34, 20)$$

$$|C| = \sqrt{(34^2 + 20^2)} = 39.44$$

$$\tan \theta = 20/34 = 0.588$$

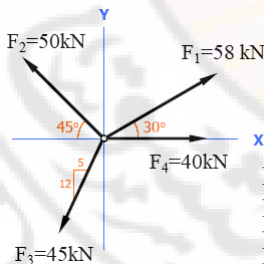
$$\theta = 30.45^\circ$$

جامعة دمشق - 2022-2023

39

مثال 4

احسب المركبات x و y للقوى المبينة بالشكل واستنتج صيغة محصلة القوى.



$$F_{x1} = 58 \cos 30^\circ = 50.23 \text{ kN}$$

$$F_{x2} = -50 \cos 45^\circ = -35.36 \text{ kN}$$

$$F_{x3} = -45(5/13) = -17.31 \text{ kN}$$

$$F_{x4} = 40 \text{ kN}$$

$$F_x = 37.56 \text{ kN}$$

$$F_{y1} = 58 \sin 30^\circ = 29 \text{ kN}$$

$$F_{y2} = 50 \sin 45^\circ = 35.36 \text{ kN}$$

$$F_{y3} = -45(12/13) = -41.54 \text{ kN}$$

$$F_{y4} = 0$$

$$F_y = 22.82 \text{ kN}$$

باستخدام صيغة واحدة الشعاع

$$F = F(\cos \theta_{xi} + \sin \theta_{yj})$$

$$F_1 = 58(\cos 30^\circ i + \sin 30^\circ j) = 50.23i + 29j \text{ kN}$$

$$F_2 = 50(-\cos 45^\circ i + \sin 45^\circ j) = -35.36i + 35.36j \text{ kN}$$

$$F_3 = 45(-5/13 i - 12/13 j) = -17.31i - 41.54j \text{ kN}$$

$$F_4 = 40i \text{ kN}$$

$$F = (37.56)i + (22.82)j \text{ kN}$$

جامعة دمشق - 2022-2023

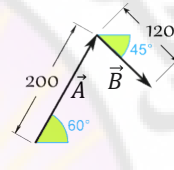
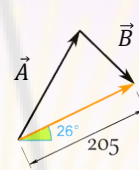
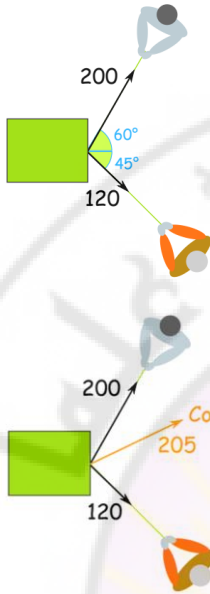
40

مثال 5

اجتمع أحمد وحמיד لجر الصندوق، فطبق أحمد قوة 200 N وبميل 60° عن المحور X، أما حميد فطبق قوة 120 N بميل 45° عن المحور X. بين عناصر محصلة القوى المطبقة على الصندوق بالطريقة التخطيطية وطريقة الإسقاط.

الطريقة التخطيطية

يتم جمع الشعاعين A و B تخطيطياً وفق الشكل المجاور، وبالقياس يتم تعيين شدة وميل المحصلة R، ($R: 205 \text{ N}, 26^\circ$)

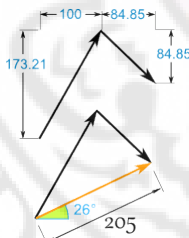


جامعة دمشق - 2022-2023

41

طريقة الإسقاط

يتم تحويل إحداثيات القوى من النظام القطبي إلى النظام الديكارتي القوة 200 N



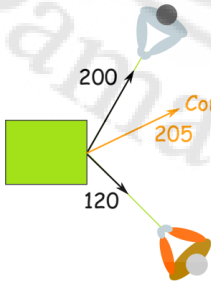
$$\vec{x}_1 = \vec{A} \times \cos\theta = 200 \times \cos 60^\circ = 200 \times 0.5 = 100$$

$$\vec{y}_1 = \vec{A} \times \sin\theta = 200 \times \sin 60^\circ = 200 \times 0.8660 = 173.21$$

$$\vec{x}_2 = \vec{B} \times \cos\theta = 120 \times \cos(-45^\circ) = 120 \times 0.7071 = 84.85$$

$$\vec{y}_2 = \vec{B} \times \sin\theta = 120 \times \sin(-45^\circ) = 120 \times -0.7071 = -84.85$$

مركبات محصلة القوتين



$$\vec{X} = (100 + 84.085) = 184.085 \text{ N}$$

$$\vec{Y} = (173.2 - 84.85) = 88.36 \text{ N}$$

تحويل المركبات الديكارتية إلى مركبات قطبية

$$\vec{R} = \sqrt{(x^2 + y^2)} = \sqrt{(184.85^2 + 88.36^2)} = 204.88$$

$$\theta = \tan^{-1}(y/x) = \tan^{-1}(88.36 / 184.85) = 25.5^\circ$$

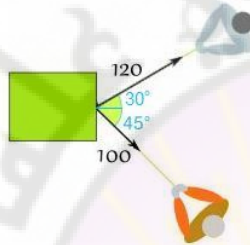
جامعة دمشق - 2022-2023

42

مثال 6

اجتمع جمعة وخميس لجر الصندوق، فطبق جمعة قوة 120 N وبميل 30° أما خميس فطبق قوة 100 N بميل 45° عن المحور X.

ما هي الإجابة الصحيحة لقيم شدة واتجاه محصلة القوتين.



- A: 175N in the direction 3.5°
- B: 175N in the direction -3.5°
- C: 220N in the direction -15°
- D: 220N in the direction 15°

جامعة دمشق - 2022-2023

43

جداء الأشعة

الجداء السلمي:

ويعرف أيضاً بالجداء الجبري أو القياسي، أو الجداء النقطي Dot Product. يستخدم الجداء السلمي لإنتاج قيمة سلمية، مثل الحجم، العمل، القدرة،...، وهي مقادير جبرية غير مستقلة عن مولداتها.

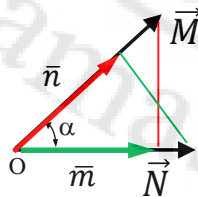
جداء شعاعين: يساوي جداء شدة أحدهما بشدة مسقط الآخر عليه.

يرمز للجداء السلمي للشعاعين \vec{M} و \vec{N} بالرمز $|\vec{M}| \cdot |\vec{N}|$ ، وهو مقدار جبري يساوي:

$$\vec{N} \cdot \vec{M} = |\vec{N}| \cdot |\vec{M}| \cos \alpha$$

أو يأخذ الشكل:

$$\vec{N} \cdot \vec{M} = |\vec{N}| \cdot \vec{m} = \vec{n} \cdot |\vec{M}|$$



حيث \vec{m} مسقط \vec{M} على حامل الشعاع \vec{N} و \vec{n} مسقط \vec{N} على حامل الشعاع \vec{M}

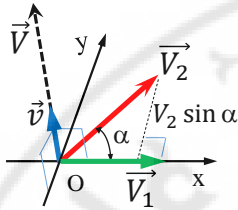
جامعة دمشق - 2022-2023

44

جداء الأشعة

الجداء الشعاعي Cross Product

بخلاف الجداء السلمي فإن ناتج الجداء الشعاعي هو شعاع مستقل عن مولداته. مثال السرعة، التسارع، العزم، كمية الحركة،...



جداء شعاعين

يرمز للجداء الشعاعي للشعاعين \vec{V}_1 و \vec{V}_2 بالرمز $\vec{V} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ ليكون ناتج الجداء شعاع \vec{V} خصائصه:

مبدأه نقطة تقاطع الشعاعين O

• شدته

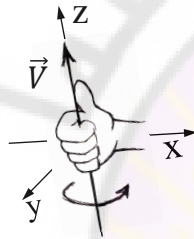
$$|\vec{V}| = |\vec{V}_1| |\vec{V}_2| \sin \alpha$$

• يعبر عن حامله بمحور عمودي على مستوي الشعاعين \vec{V}_1 و \vec{V}_2 جهته تتعين حسب طريقة اليد اليمنى

ويكتب شعاعياً بالشكل التالي: $\vec{V} = |\vec{V}_1| |\vec{V}_2| (\sin \alpha) \vec{v}$

حيث \vec{v} هو وحدة الشعاع \vec{V}

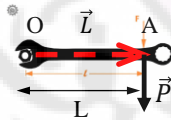
من تطبيقاته $\vec{M} = \vec{P} \wedge \vec{L}$ عزم القوة



جامعة دمشق - 2022-2023

45

عزم قوة



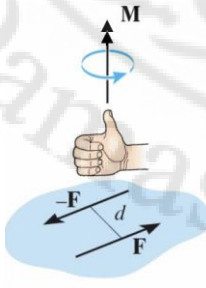
القوة P المقيمة بمسار دائري مركزه O، تبعد عن A مقدار L، تؤدي عملاً يسمى العزم الدوراني، يرمز له بالشعاع M. تحسب قيمة M جداء شعاع القوة بشعاع المسافة من المعادلة:

$$\vec{M} = \vec{P} \wedge \vec{L} \quad \vec{M} = \vec{P} \wedge |\vec{L}| \sin 90^\circ = \vec{P} \wedge |\vec{L}|$$

لتحديد اتجاه شعاع العزم M يعتمد على طريقة اليد اليمنى، كما في الشكل، حيث ترمز أصابع الكف للجهة الموجبة. لتمييز شعاع القوة عن شعاع العزم يرمز للعزم بشعاع مضاعف \uparrow .

عزم مزدوجة قوى F : هو العزم الناتج عن قوتين F متساويتين ومتعاكستين بالاتجاه مقيدتين بمسار دائري واقع في منتصف المسافة بينهما d. قيمة العزم الناتج M تساوي:

$$\vec{M} = \vec{F} \wedge |\vec{d}|$$

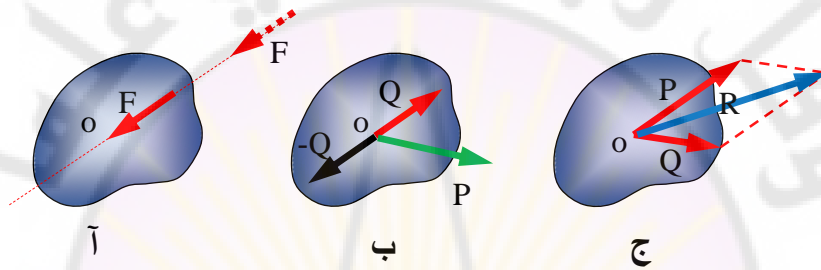


جامعة دمشق - 2022-2023

46

العمليات البسيطة لجمل القوى

- وهي العمليات التي تتم على مجموعة قوى دون أن تتغير من فعلها، وتشمل:
1. زلق قوة على حاملها،
 2. إضافة أو حذف قوتين متساويتين ومتعاكستين مباشرة،
 3. استبدال مجموعة قوى تمر بنقطة، بحاصلة تمر من نفس النقطة.



جامعة دمشق - 2022-2023

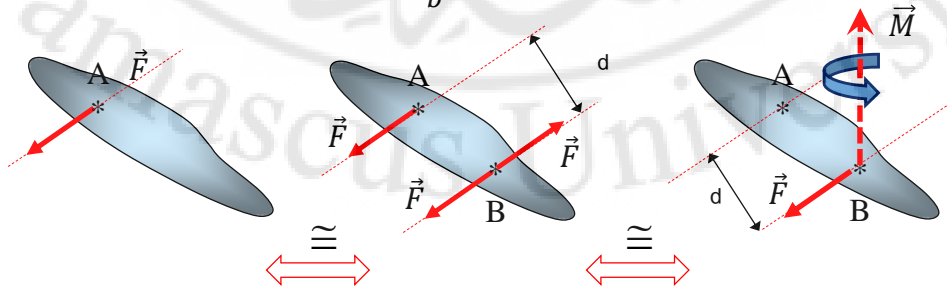
47

العمليات البسيطة لجمل القوى

النقل المتوازي لقوة:

إذا لزم زلق القوة \vec{F} المطبقة في A إلى النقطة B بشكل موازي لوضعها الأولي، فإنه يقتضي، للحفاظ على فعل القوة \vec{F} ، إضافة مزدوجة عزمها يساوي عزم القوة \vec{F} في النقطة A نسبة للنقطة B. ولتكاؤ الحالتين يأخذ العزم الناتج \vec{M} القيمة:

$$\vec{M}_b = \vec{F} \wedge \vec{d}$$



جامعة دمشق - 2022-2023

48



الميكانيك الهندسي

علم السكون

Engineering Mechanics

Statics

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

جزء 2

جامعة دمشق - 2022-2023

49

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

الميكانيك الهندسي وعلم السكون

توازن واستقرار الأجسام الصلبة



جامعة دمشق - 2022-2023

51

المنشآت في الهندسة المدنية

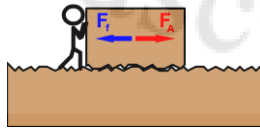
ينظر للمنشآت في الهندسة المدنية على أنها منشآت ساكنة وتحقق شروط الاستقرار



ميكانيك السكون



المنشأة مستقرة على الانقلاب وعلى الانزلاق تحت تأثير عمل القوى المطبقة عليها



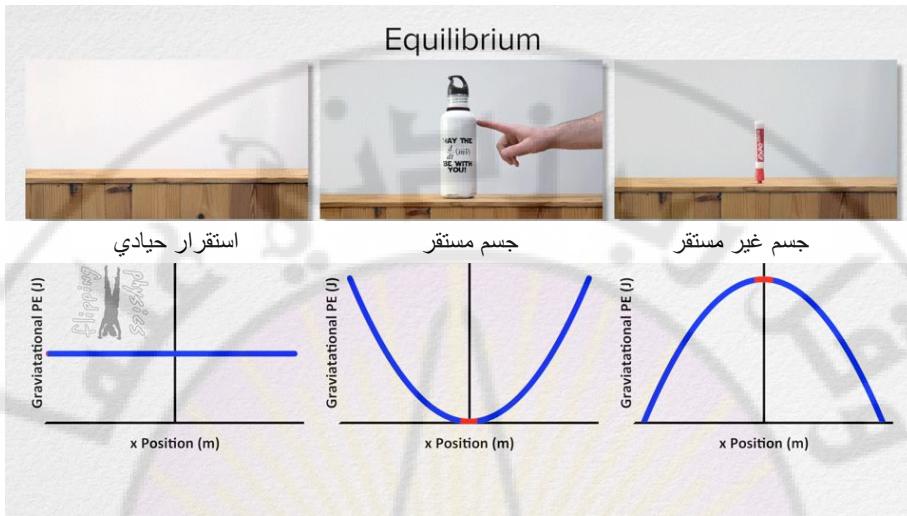
DewWool



جامعة دمشق - 2022-2023

52

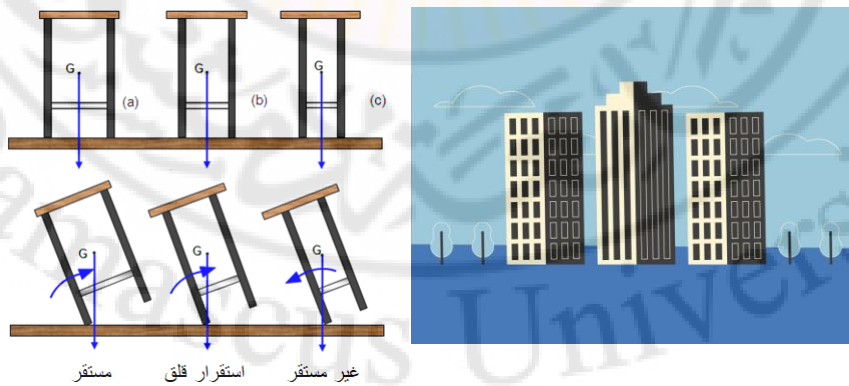
توازن واستقرار الأجسام الصلبة



جامعة دمشق - 2022-2023

53

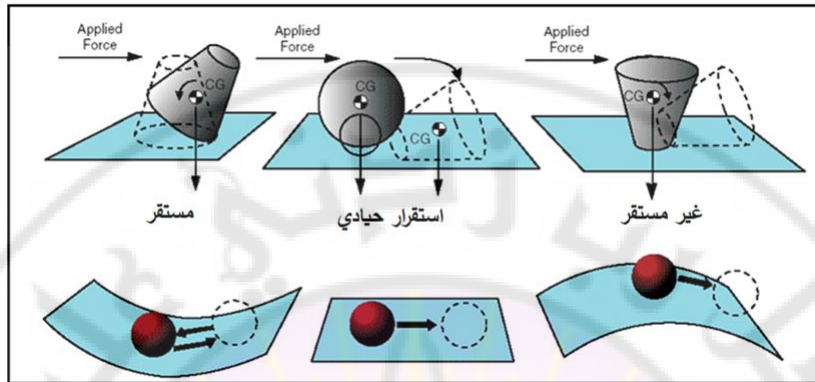
توازن واستقرار الأجسام الصلبة



جامعة دمشق - 2022-2023

54

توازن واستقرار الأجسام الصلبة



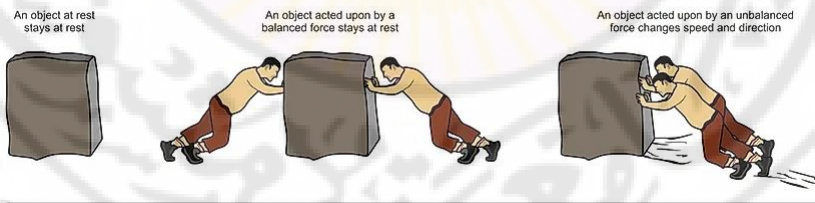
يكون الجسم في حالة توازن مستقر، فيما لو خضع للحركة ثم عاد من جديد إلى وضعه السابق تحت تأثير قوى الثقالة.

يكون الجسم في حالة توازن غير مستقر، فيما لو خضع للحركة ولم تسعفه قوى الثقالة بالعودة لوضعه السابق.

جامعة دمشق - 2022-2023

55

قانون نيوتن لتوازن الأجسام First Newton Law



قانون نيوتن الأول

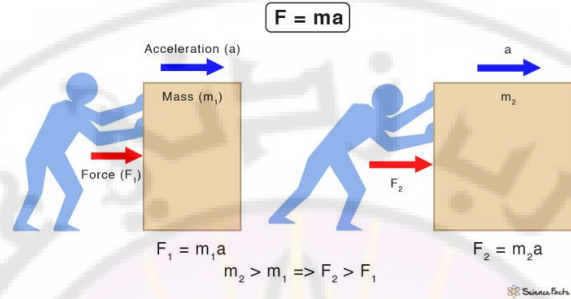
- كل جسم ساكن (ثابت ومستقر) يبقى ساكناً ما لم تطبق عليه قوة تُغير من ثباته واستقراره.
- كل جسم متحرك بسرعة ثابتة لا تتغير سرعته ما لم تؤثر عليه قوة خارجية مضافة.

جامعة دمشق - 2022-2023

56

قانون نيوتن لتوازن الأجسام

Second Newton Law



قانون نيوتن الثاني

- يتناسب تغيير حركة الجسم مع القوة المؤثرة عليه، ويتم وفق محور القوة المؤثرة فيه.
- التغيير في حركة الجسم متناسبة مع كتلة الجسم m والقوة المضافة المطبقة F .

جامعة دمشق - 2022-2023

57

قانون نيوتن لتوازن الأجسام

Third Newton Law



قانون نيوتن الثالث

لكل فعل رد فعل يساويه ويعاكسه في الاتجاه ولهما نقطة تطبيق واحدة .

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

يعبر عن هذه العلاقة بالصيغة: $\Sigma \vec{F} = 0$ تأخذ هذه العلاقة الصيغ التالية :

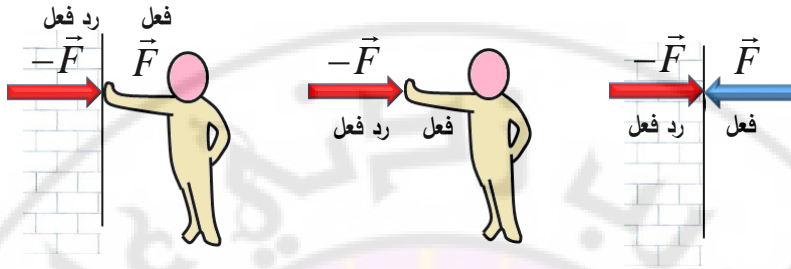
$$\Sigma \vec{X} = 0 \quad \Sigma \vec{Y} = 0 \quad \Sigma \vec{Z} = 0$$

جامعة دمشق - 2022-2023

58

المعادلات العامة لتوازن واستقرار الجسم وفق الإحداثيات الديكارتية

Third Newton Law



تكتب معادلات التوازن في الفضاء ثلاثي الأبعاد بالشكل التالي :

$$\sum \vec{X} = 0,$$

$$\sum \vec{Y} = 0,$$

$$\sum \vec{Z} = 0$$

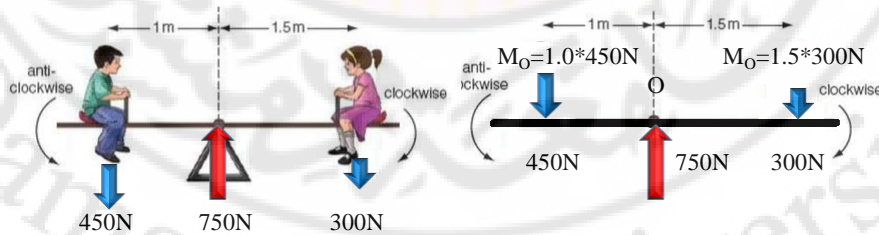
جامعة دمشق - 2022-2023

59

المعادلات العامة لتوازن واستقرار الجسم وفق الإحداثيات الديكارتية

Third Newton Law

تعمم معادلات التوازن لتكتب في الفضاء ثلاثي الأبعاد بالشكل التالي :



$$\sum \vec{X} = 0,$$

$$\sum \vec{Y} = 0,$$

$$\sum \vec{Z} = 0$$

$$\sum \vec{M}_x = 0,$$

$$\sum \vec{M}_y = 0,$$

$$\sum \vec{M}_z = 0$$

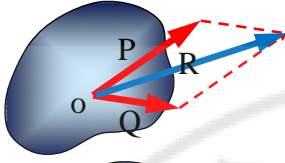
جامعة دمشق - 2022-2023

60

المبادئ العامة لعلم السكون

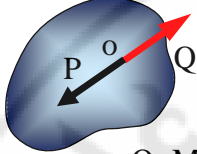
المبدأ الأول: قانون متوازي الأضلاع

إن حاصلة قوتين مطبقتين على الجسم في نقطة واحدة منه وبينهما زاوية ما، تتعين مقداراً واتجهاً وموضعاً بقطر متوازي الأضلاع المنشأ على هاتين القوتين.



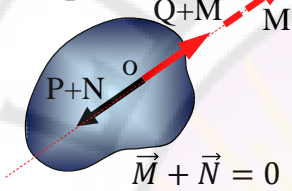
المبدأ الثاني: قانون التوازن

إذا طبقت على جسم ما قوتان، فإن هذا الجسم يكون بحالة توازن فقط عندما تكون هاتان القوتان متساويتان ومتعاكستان مباشرة، والعكس صحيح.



المبدأ الثالث: قانون ضم قوى وانزلاقها

لا يتغير فعل جملة قوى مفروضة في جسم إذا أضفنا إليها أو حذفنا منها جملة قوى أخرى متوازنة، $\vec{M} + \vec{N} = 0$. إذا طبقة قوة على جسم ما، فإنه يمكن زلق هذه القوة على حاملها.



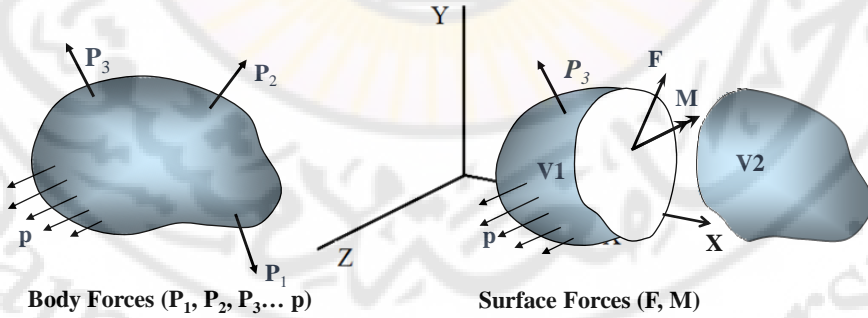
المبدأ الرابع: قانون الفعل ورد الفعل

لكل فعل رد فعل يساويه ويعاكسه بالاتجاه.

جامعة دمشق - 2022-2023

61

مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلبة

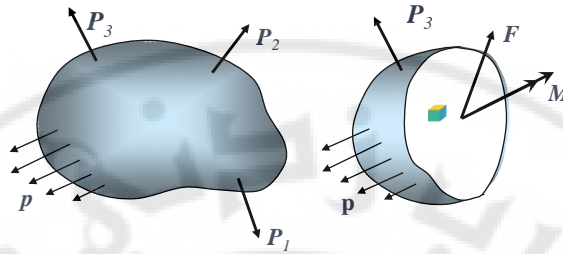


إذا انقسم جسم متوازن إلى جزئين فإن كل جزء لا بد وأن يبقى متوازناً تحت تأثير قوى الجسم وقوى سطحية مطبقة على السطح الفاصل بين الجزئين. تتساوى وتتوازن القوى المطبقة على سطحي الفصل بين الجزئين (قوى متساوية ومتعاكسة بالاتجاه). يعبر عن هذه القوى بالإجهادات الداخلية.

جامعة دمشق - 2022-2023

62

مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلبة



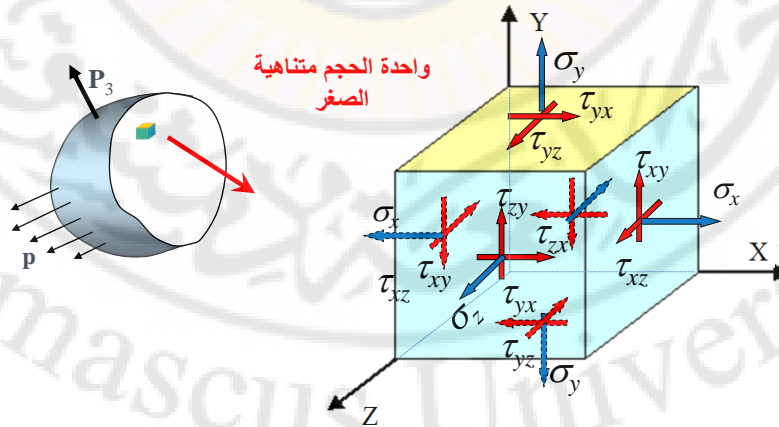
الجسم المادي: تملك مادة جميع الأجسام المتواجدة في الطبيعة خصائص فيزيائية، وهي أجسام قابلة للتشوه تحت تأثير القوى الخارجية، إلا أن دراسة هذه الأجسام في إطار الميكانيك الهندسي وعلم السكون لا تأخذ بالاعتبار هذه الخاصية وتتعامل مع الأجسام كأجسام صلبة غير قابلة للتشوه.

الجزء أو النقطة المادية: هي جسيم أبعاده متناهية الصغر بحيث يمكن إهمالها، ويتمتع بخواص الجسم المادي.

جامعة دمشق - 2022-2023

63

مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلبة

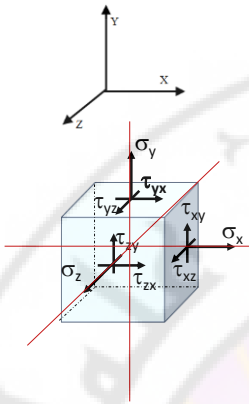


أي جزء متناهي الصغر في جسم متوازن هو جسم متوازن تحت تأثير الإجهادات الداخلية المطبقة على سطحه.

جامعة دمشق - 2022-2023

64

مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلبة



بتطبيق المعادلات العامة لتوازن واستقرار الجسم وفق الإحداثيات الديكارتية x, y, z على وحدة الحجم حيث مركزها مركز الوزن الذاتي للجسم وأضلاعه موازية للمحاور الإحداثية، يمكننا أن نكتب المعادلات التالية:

$$\Sigma M_x = 0, \quad \Sigma M_y = 0, \quad \Sigma M_z = 0,$$

$$\Sigma M_x = 0 \Rightarrow \tau_{yz} \cdot dx dz \cdot dy - \tau_{zy} \cdot dx dy \cdot dz = 0 \Rightarrow \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

$$\Sigma M_y = 0 \Rightarrow \tau_{zx} \cdot dx dy \cdot dz - \tau_{xz} \cdot dy dz \cdot dx = 0 \Rightarrow \tau_{zx} = \tau_{xz}$$

$$\Sigma M_z = 0 \Rightarrow \tau_{xy} \cdot dz dy \cdot dx - \tau_{yx} \cdot dx dz \cdot dy = 0 \Rightarrow \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma F_z = 0,$$

$$\Rightarrow \sigma_x = \sigma_x, \quad \sigma_y = \sigma_y, \quad \sigma_z = \sigma_z,$$

Al-Ahliyya Amman University

65

القوى وردود الأفعال في

استناد العناصر الإنشائية

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

المساند

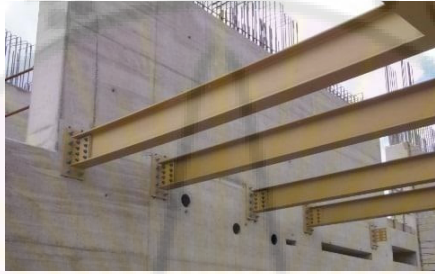


مسند متدحرج



مسند مفصلي

مسند ثابت موثوق



جامعة دمشق - 2022-2023

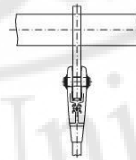
67

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

المساند



Pin



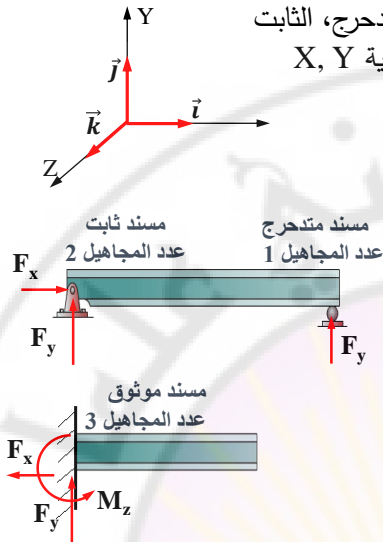
مسند مفصلي

جامعة دمشق - 2022-2023

68

المساند

في هندسة المنشآت تعرف المساند بثلاثة أشكال، المتدرج، الثابت والموثوق. إذا نسب العنصر في مستو المحاور الإحداثية X, Y فتعرف المساند الثلاث كما يلي:



- المسند المتدرج: مسند قابل للدوران في مكانه والحركة في اتجاه X ، لكنه ممنوع من الحركة في الاتجاه الآخر Y لينتج رد فعل F_y .
- المسند الثابت: مسند قابل للدوران في مكانه لكنه ممنوع من الحركة في الاتجاهين X و Y ، وينتج رد الفعل F_x و F_y .
- المسند الموثوق: غير قابل للدوران في مكانه، وممنوع من الحركة في الاتجاهين X و Y ، لينتج ثلاث ردود أفعال F_x و F_y وعزم حول M_z حول المحور Z .

جامعة دمشق - 2022-2023

69

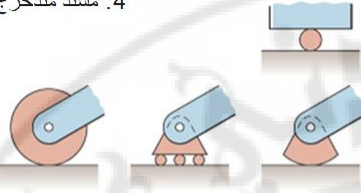
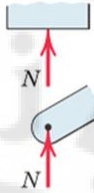
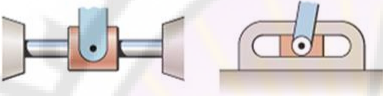
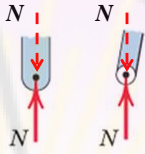
أشكال المساند وردود الفعل

طبيعة التماس ومصدر القوة	تمثيل القوة المطبقة على الجسم
1. سطح أملس 	قوة التماس ضاغطة وناظمية على السطح
2. سطح خشن 	في الأسطح الخشنة يتولد رد فعل مائل R مركبته قوة ناظمية N على سطح الاستناد وقوة مماسية F تقاوم قوى الاحتكاك
3. عنصر حبل مرن الوزن الذاتي مهمل الوزن الذاتي غير مهمل 	القوة المطبقة من الحبل المرن قوة شادة للجسم

جامعة دمشق - 2022-2023

70


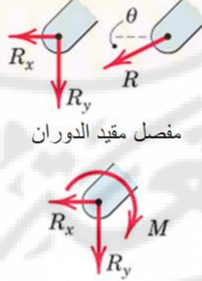
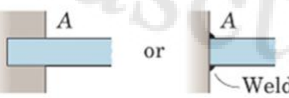
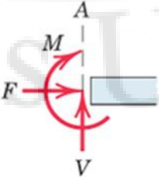
أشكال المساند وردود الفعل

<p>4. مسند متدحرج</p> 	<p>سطح استناد اسطواني يولد رد فعل ناظمي N على سطح الاستناد</p> 
<p>5. مسند منزلق موجه</p>  <p>يسمح المسند بتبديل اتجاه رد الفعل</p>	<p>مسند منزلق موجه الحركة يولد قوة ناظمية N على سطح الاستناد</p> 

جامعة دمشق - 2022-2023

71

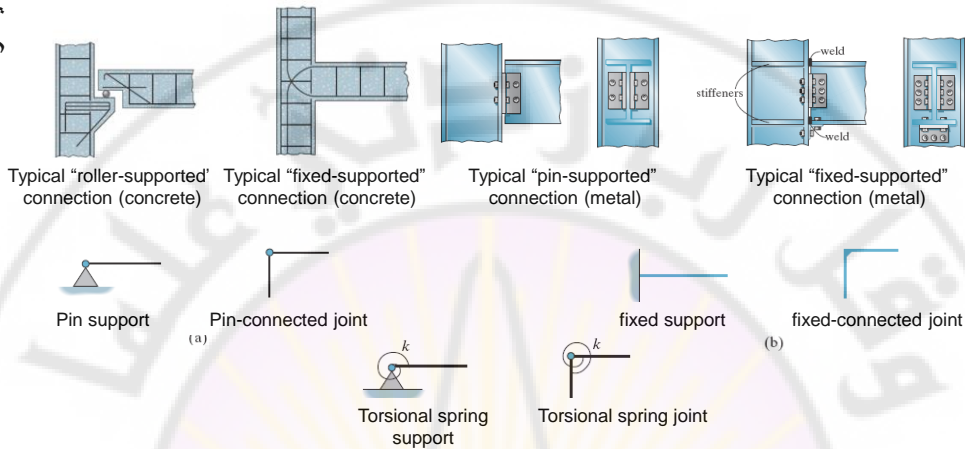
أشكال المساند وردود الفعل

<p>6. مفصل متحرك</p> 	<p>مفصل حر الدوران</p> <p>المفصل حر الدوران يولد رد فعل مائل R بزاوية θ، له مركبة ناظرية R_y على سطح الاستناد ومركبة مماسية للسطح R_x</p> <p>يسبب المفصل المقيد جزئياً عزمًا جزئياً M حول محو المفصل</p> 
<p>7. مسند ثابت (موثوق)</p> 	<p>المسند الثابت غير قابل للدوران، ينقل رد فعل مائل R مركباته القوة المحورية F وقوة قص V إضافة لمزدوجة عزم M</p> 

جامعة دمشق - 2022-2023

72

نماذج من المفاصل التنفيذية



جامعة دمشق - 2022-2023

73

الأجسام المقررة - في المستوي

الأجسام المقررة: يتم تحديد قوى ردود الفعل المجهولة في مساند جسم ساكن ومستقر بواسطة معادلات التوازن $\Sigma \vec{X} = 0$ $\Sigma \vec{Y} = 0$ $\Sigma \vec{M}_Z = 0$

تكون درجات عدم التقرير لأي جملة إنشائية مساوية $J = r - 3n$ ، حيث:

$j =$ درجة عدم التقرير،

$n =$ عدد العناصر المكونة للجسم،

$r =$ مجموع ردود الفعل المطبقة في نهايات عناصر الجسم.

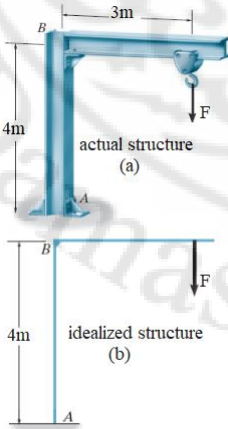
في المثال الموضح جانباً:

$$J = r - 3n = 3 - 3 \times 1 = 0$$

ملاحظة:

مجموع العناصر الإنشائية المكونة لجسم واحد

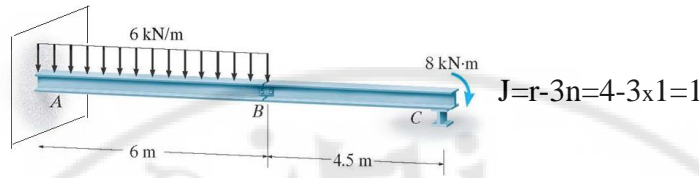
تعامل معاملة العناصر الإنشائي الواحد.



جامعة دمشق - 2022-2023

74

الأجسام غير المقررة - في المستوي



المنشآت غير المقررة: تقسم إلى منشآت مستقرة ومنشآت غير مستقرة
 في المنشآت غير المقررة غير المستقرة: يكون عدد قوى ردود الفعل المجهولة r في مساند الجسم أقل من عدد معادلات التوازن $n=3$
 في المنشآت غير المقررة المستقرة: يكون عدد قوى ردود الفعل المجهولة r في مساند الجسم أكبر من عدد معادلات التوازن $n=3$
 $j=r-3 \times 1$ يكتب عدد درجات عدم التقرير

لدراسة القوى والأفعال لمنشأة غير مقررة فإنه يلزم معادلات إضافية تساوي درجات عدم التقرير، غالباً ما تكون معادلات شرطية تتعلق بانتقال المساند .

جامعة دمشق - 2022-2023

75

التقرير الداخلي والتقرير الخارجي

تعالج المنشآت وفق منظورين:

- التقرير وعدم التقرير الخارجي، حيث ينظر للمنشأة كجسم واحد.
- التقرير وعدم التقرير الداخلي، حيث تعالج المنشأة كمجموعة عناصر، تشكل الجسم، تخضع لمبادئ توازن الأجسام الصلدة، الذي ينص على أن أي جزء من جسم متوازن هو جسم متوازن.

يُحدد التقرير من عدمه، داخلياً وخارجياً، بذات المفهوم الذي يربط بين عدد المجاهيل مع عدد معادلات التوازن الساكن.

في الأجسام المركبة من عدة عناصر تكون درجات عدم التقرير مساوية

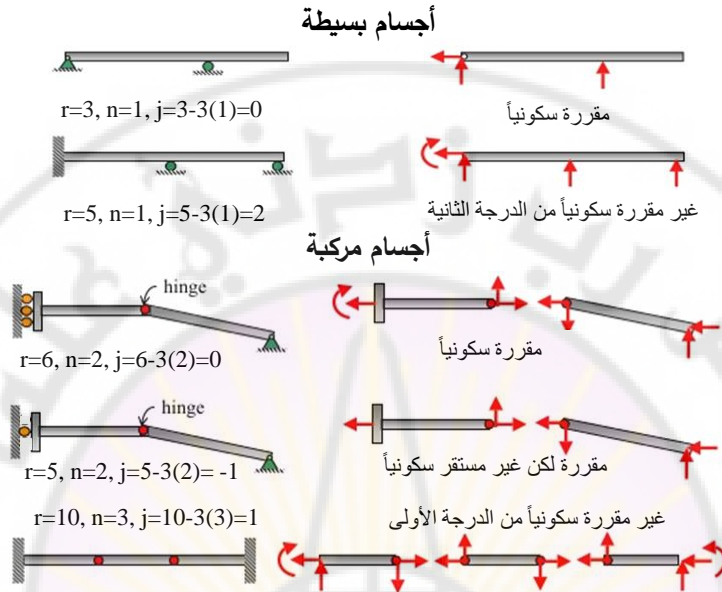
$$J = r - 3n$$

حيث: n = عدد العناصر المكونة للجسم، r = مجموع ردود الفعل المطبقة في نهايات عناصر الجسم، j = درجة عدم التقرير.

جامعة دمشق - 2022-2023

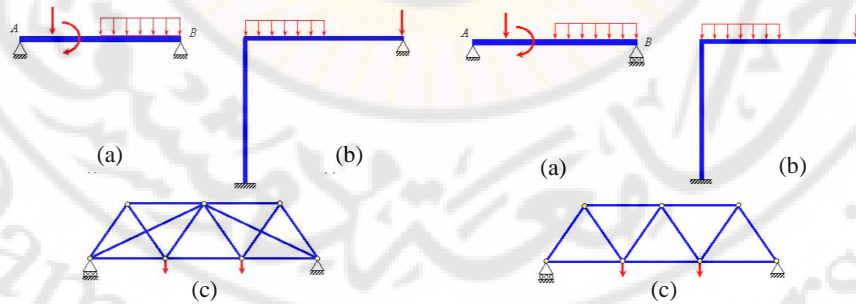
76

الأجسام البسيطة والأجسام المركبة - في المستوى



77

الأجسام المقررة وغير المقررة - في المستوى



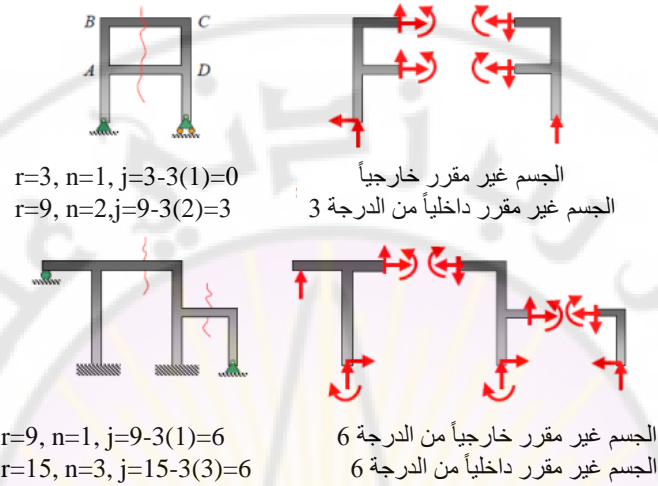
أجسام غير مقررة داخلياً $r > 0$

في $r=1$ خارجي
 في $r=2$ خارجي
 في $r=2$ داخلي

أجسام مقررة خارجياً $r=0$

في $r=0$ a, b, c

الأجسام المقررة وغير المقررة - في المستوى

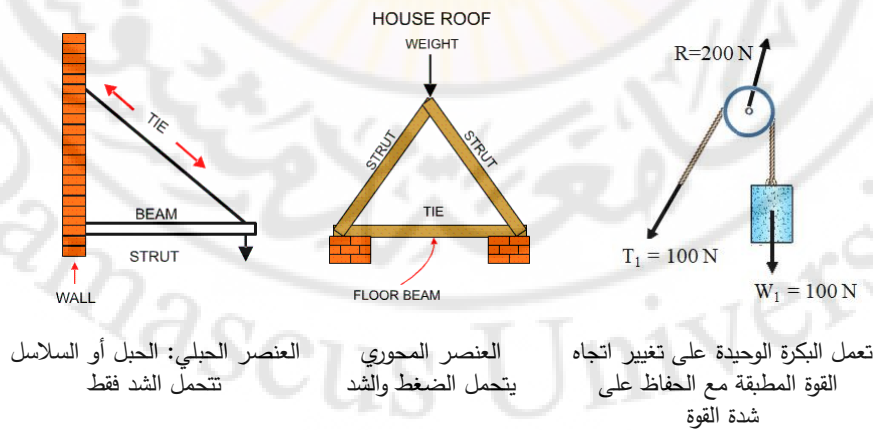


جامعة دمشق - 2022-2023

79

خصائص بعض العناصر الإنشائية

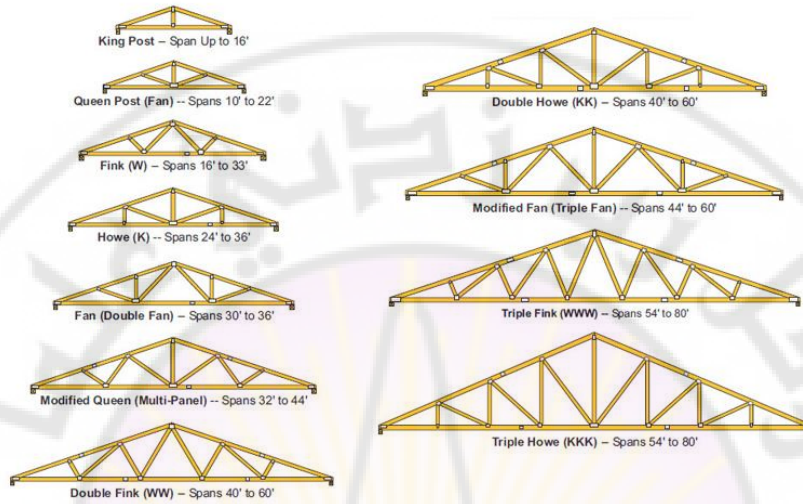
المحاضر أ.د. عفيف رحمة



جامعة دمشق - 2022-2023

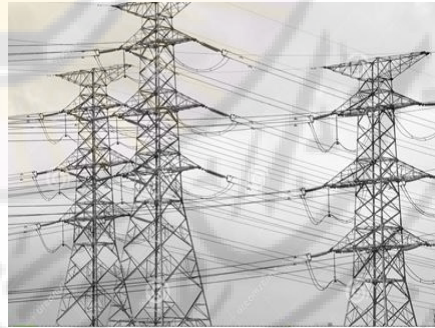
80

نماذج عن الجوائز الشبكية



جامعة دمشق - 2022-2023

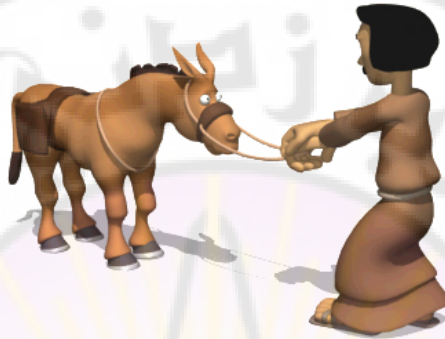
81



جامعة دمشق - 2022-2023

82

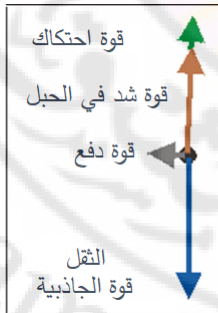
توازن جملة القوى



جامعة دمشق - 2022-2023

83

الجسم المقيّد والجسم الطليق



الجسم الحر أو الطليق:

هو جسم اعتباري ساكن ومستقر
بمكان وجوده بواسطة القوى الخارجية
المطبقة عليه وورد الفعل الناشئة
في المساند أو وسائل ارتباطه
بأجسام أخرى.



الجسم المقيّد:

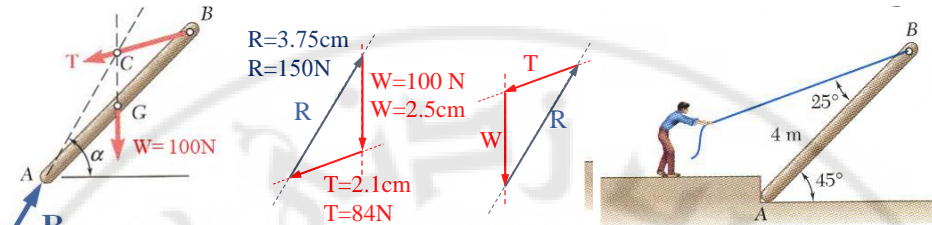
هو جسم ساكن ومستقر بمكان وجوده بواسطة المساند أو
وسائل ارتباطه بأجسام أخرى، بحيث لا تستطيع القوى
الخارجية المطبقة عليه تحريره من مكانه.



جامعة دمشق - 2022-2023

84

مثال 7



- الحل: نرسم القوة $W=100\text{N}$ بقياس 2.5cm من مخطط الجسم الطليق نرسم حوامل القوى
- الوزن W وقوة الشد في الحبل محددة الحوامل التي تتقاطع في النقطة C . باعتبار الجسم ساكن ومستقر
 - فحامل رد الفعل R في A يمر حكماً في C .
 - من وجهة أخرى فإن R لا بد وأن تغلق المخطط الشبكي لجعل محصلة مجموع القوى مساوي للصفر.
 - يتم قياس كل من T و R و α
 - $T=84\text{N}$ $R=150\text{N}$ $\alpha=58^\circ$

يطبق العامل قوة شد في حبل لرفع عمود خشبي طوله $L=4\text{m}$ ووزنه $W=100\text{N}$. أوجد تخطيطياً قوة الشد في الحبل ورد الفعل في المسند A .



ردود الفعل عند A بحكم طبيعة الاستناد

جامعة دمشق - 2022-2023

85

الحل بطريقة قانون Sin

من الرسم أدناه نبحت عن القيم اللازمة للحساب:

الزاوية بين قوة الشدة T والشاقول BF $20^\circ + 45^\circ = 65^\circ$

النقطة E هي مسقط مركز الثقل G والمسافة $AE=EF=1/2 AF$

$$AF = AB \cdot \cos 45^\circ = (4\text{m}) \cos 45^\circ = 2.828\text{m}$$

$$CD = AE = AF/2 = 2.828/2 = 1.414\text{m}$$

$$BD = CD \cdot \cot(65^\circ) = 1.414 \cot(65^\circ) = 0.515\text{m}$$

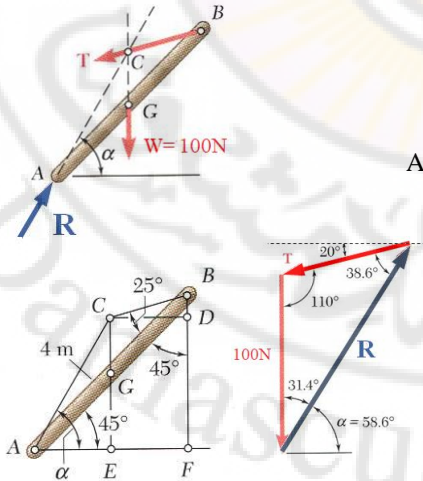
$$CE = BF - BD = 2.828 - 0.515 = 2.313\text{m}$$

$$\tan \alpha = CE/AE = 2.313/1.414 = 1.636$$

$$\alpha = 58.6^\circ \rightarrow$$

$$\hat{R} = 110^\circ \quad \hat{T} = 31.4^\circ \quad \hat{W} = 38.6^\circ$$

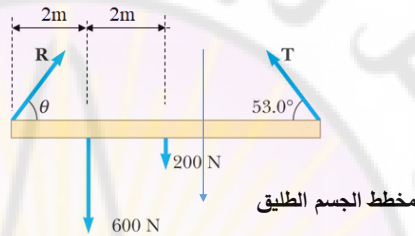
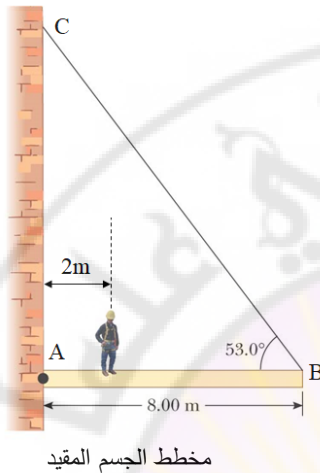
$$\rightarrow T = 83.5\text{N} \quad R = 150.6\text{N}$$



$$\frac{T}{\sin 31.4^\circ} = \frac{R}{\sin 110^\circ} = \frac{100}{\sin 38.6^\circ}$$

مثال 8 (توازن جملة القوى)

- جسر مستند في A على الحائط بواسطة مسند مفصلي، ومرتبطة بشدّاد حبل في B نهايته في C.
- يقف عامل وزنه 600N على بعد 2 متر من A.
- أوجد قيمة قوة الشد في الحبل BC، وشدة واتجاه القوة المتولدة في المفصل A. وزن الجسر 200N وينطبق في مركزه.
- أوجد قيمة رد الفعل R المسند A، وميله مع المحور الأفقي.

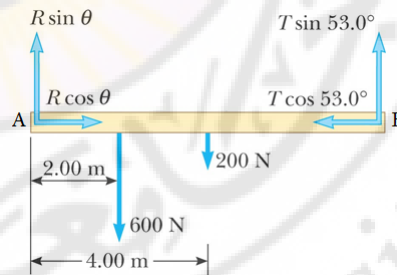
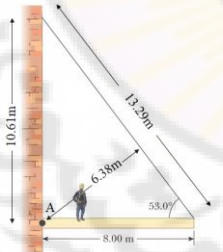


ملاحظة: يتحمل العنصر الحبلي قوى شد فقط

جامعة دمشق - 2022-2023

87

تكتب مركبات القوى بحسب المحاور X و Y



من معادلات التوازن في المستوي

$$\begin{aligned}\sum \vec{X} &= 0, \\ R \cos \theta + T \cos 53.0^\circ &= 0 \\ \sum \vec{Y} &= 0, \\ R \sin \theta + T \sin 53.0^\circ + 600\text{N} + 200\text{N} &= 0 \\ \sum \vec{M}_{(b)} &= 0 \\ -R \sin \theta + 200\text{N} \cdot 4\text{m} + 600\text{N} \cdot 8\text{m} &= 0\end{aligned}$$

الجواب

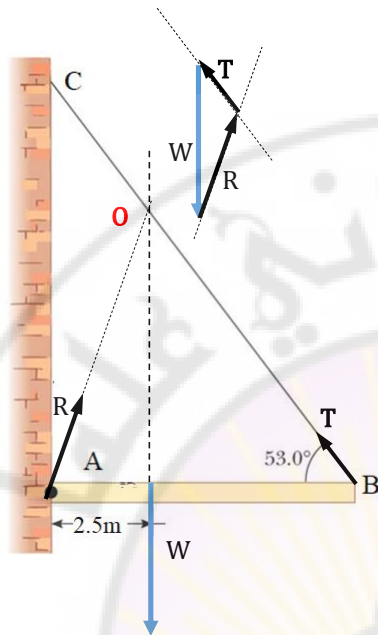
$$T = 313.45\text{N}, R = 582.36\text{N}, \theta = 71.1^\circ$$

$$\begin{aligned}\sum \vec{X} &= 0, \\ \sum \vec{Y} &= 0, \\ \sum \vec{M}_{(b)} &= 0\end{aligned}$$

المجاهيل: θ, T, R

جامعة دمشق - 2022-2023

88



الطريقة التخطيطية

موضع تطبيق المحصلة W للقوتين 200N و 600N نسبة للمم

عزم القوتين يساوي عزم محصلتهما W حول المسند A

$$\Sigma M_A = 0$$

$$W \cdot x = + 200N \cdot 4m + 600N \cdot 2m$$

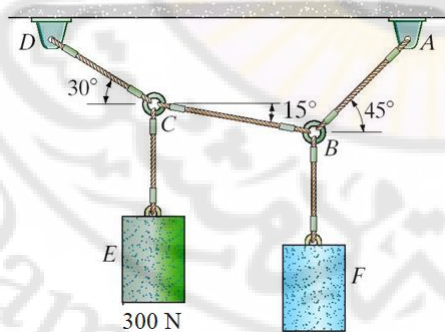
$$(600+200) \cdot x = + 200N \cdot 4m + 600N \cdot 2m$$

$$X=2.5m$$

- حامل قوة الشد في المسند B منطبق على الحبل BC
- في حال جسم ساكن ومستقر يجب أن تتلاقى جميع القوى في نقطة واحدة O، وتكون قيمة محصلة هذه القوة مساوية للصفر
- من تقاطع حامل القوة W مع حامل الحبل BC يتم تحديد حامل رد الفعل في A، بحيث يمر من O.
- نرسم مخطط الجسم الطليق للقوى الثلاث W, R, T
- بالقياس نحدد طولية القوة T و R وميل حامل رد الفعل R

جامعة دمشق - 2022-2023

89



مثال 9

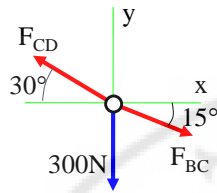
أسطوانتان E في C و F في B محملتان بواسطة مشدات حبلية، حققا التوازن المبين بالشكل.

1. إذا علمت أن وزن الأسطوانة E مساوٍ 300N، أوجد تفصيل القوى المطبقة في أحبال التحميل، ووزن الأسطوانة F.
2. ارسم مخطط الجسم الحر في C.
3. أتمم الرسم التخطيطي وحدد قيمة القوى $(F_{CB} \text{ و } F_{CD})$.
4. بمعرفة F_{CB} كرر العملية على العقدة B.

جامعة دمشق - 2022-2023

90

المحاضر أ.د. عفيف رحمة



مخطط الجسم الطليق في C

العقدة C
باعتبار الحوامل حبلية فإن جميع القوى في العقدة C هي قوى شد

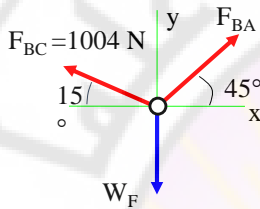
$$+ \rightarrow \Sigma F_x = F_{BC} \cos 15^\circ - F_{CD} \cos 30^\circ = 0$$

$$+ \uparrow \Sigma F_y = F_{CD} \sin 30^\circ - F_{BC} \sin 15^\circ - 300 = 0$$

بحل المعادلتين نصل إلى:

$$F_{BC} = 1006.7 \text{ N}$$

$$F_{CD} = 1123.6 \text{ N}$$



مخطط الجسم الطليق في B

العقدة B

$$+ \rightarrow \Sigma F_x = F_{BA} \cos 45^\circ - 1006.7 \cos 15^\circ = 0$$

$$F_{BA} = 1375.4 \text{ N}$$

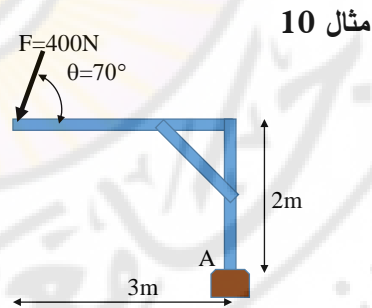
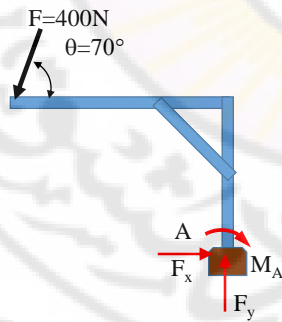
$$+ \uparrow \Sigma F_y = F_{BA} \sin 45^\circ + 1006.7 \sin 15^\circ - W_F = 0$$

$$W_F = 1233.0 \text{ N}$$

جامعة دمشق - 2022-2023

91

المحاضر أ.د. عفيف رحمة



مثال 10

إطار موثوق في A، أبعاده مبينة بالشكل،

يتعرض لقوة $F=400\text{N}$ تميل على العارضة الأفقية بزاوية $\theta=70^\circ$.

أوجد قيمة العزم في A

$$+ \uparrow F_y = -400 \sin(70^\circ) \text{ N} = 375.8 \text{ N}$$

$$+ \rightarrow F_x = -400 \cos(70^\circ) \text{ N} = 136.8 \text{ N}$$

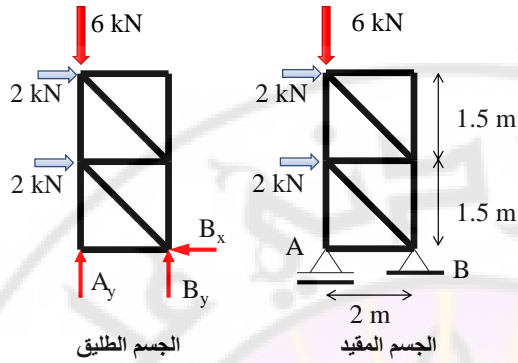
$$- \hat{M}_A = \{(400 \cos 70^\circ)(2) + (400 \sin 70^\circ)(3)\} = -1160.17 \text{ N} \cdot \text{m}$$

جامعة دمشق - 2022-2023

92

مثال 11

برج مكون من عناصر معدنية مستند على
مسند متدرج A ومسند مفصلي B،
يتعرض للقوى المبينة بالشكل.
احسب قيم ردود الفعل في A و B



$$\sum \overline{M}_{(b)} = 0$$

$$2\text{ kN} \times 6\text{ m} - 2\text{ kN} \times 3\text{ m} - 2\text{ kN} \times 1.5\text{ m} - A_y \times 2\text{ m} = 0, \rightarrow A_y = 1.5\text{ kN}$$

$$\sum \vec{X} = 0 \rightarrow B_x = 4.0\text{ kN}$$

$$\sum \vec{Y} = 0 \rightarrow B_y = 4.5\text{ kN}$$

منظومة بكرة الشد Pulley System

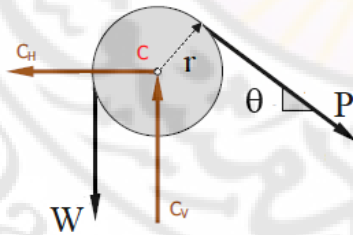


wise4EK

جامعة دمشق - 2022-2023

105

خصائص البكرة



من معادلات التوازن الساكن

$$\Sigma M_C = 0$$

$$W \cdot r - P \cdot r = 0 \quad P = W$$

تعمل البكرة على تغيير اتجاه القوة المطبقة
مع الحفاظ على شدة هذه القوة

$$\Sigma F_V = 0$$

$$C_V - W - P \sin \theta = 0$$

$$C_V = W + P \sin \theta$$

$$\Sigma F_H = 0$$

$$-C_H + P \cos \theta = 0$$

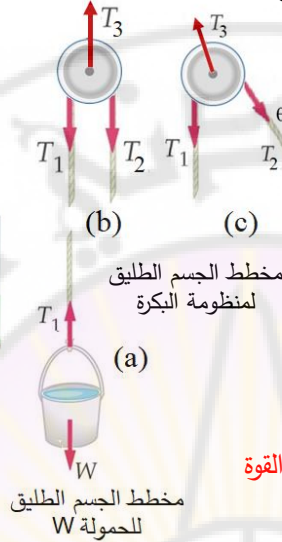
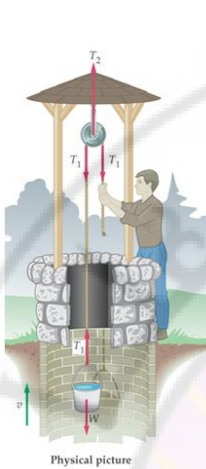
$$C_H = P \cos \theta$$

جامعة دمشق - 2022-2023

106

منظومة بكرة الشد

تحليل القوى المطبقة في منظومة البكرة الوحيدة

التوازن الساكن
الجسم الطليق (a):

$$\Sigma F_y = 0, \Rightarrow T_1 = W$$

الجسم الطليق (b):

$$\Sigma M_o = 0, \Rightarrow T_2 = T_1$$

$$\Sigma F_y = 0, \Rightarrow T_3 = 2 \cdot T_1$$

الجسم الطليق (c):

$$\Sigma M_o = 0, \Rightarrow T_2 = T_1$$

$$\Sigma F_y = 0, \Rightarrow$$

$$T_3 = 2 \cdot T_1 \cos(\theta/2)$$

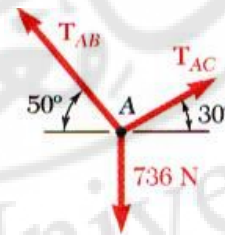
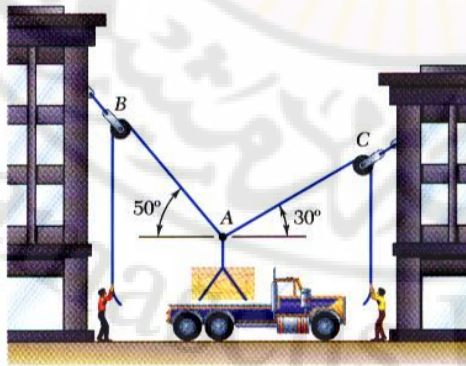
خصائص منظومة بكرة الشد

- القوى المطبقة قوى شد حصراً
- تعمل البكرة على تغيير عنصري شعاع القوة (المنحى والاتجاه)

جامعة دمشق - 2022-2023

107

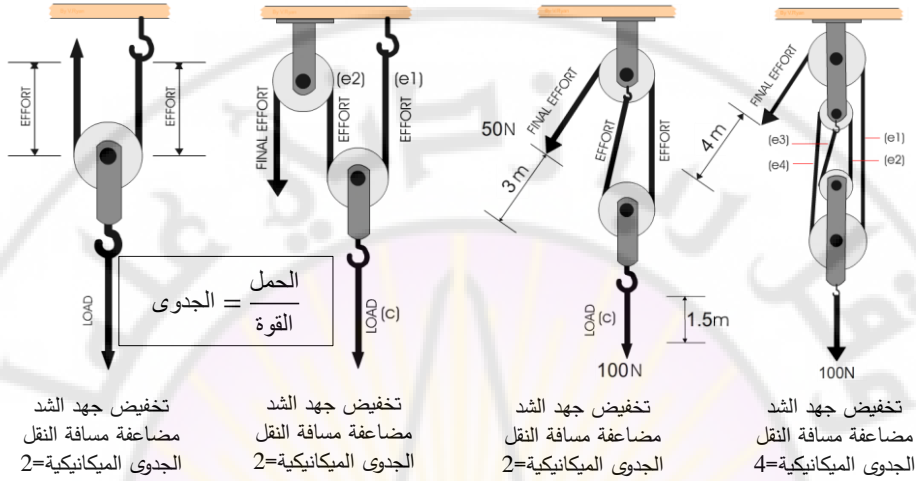
مثال 15

احسب بالطريقة التخطيطية قيم قوى الشد T_{AB} و T_{AC} 

جامعة دمشق - 2022-2023

108

منظومة البكرات المتعددة الجدوى الميكانيكية

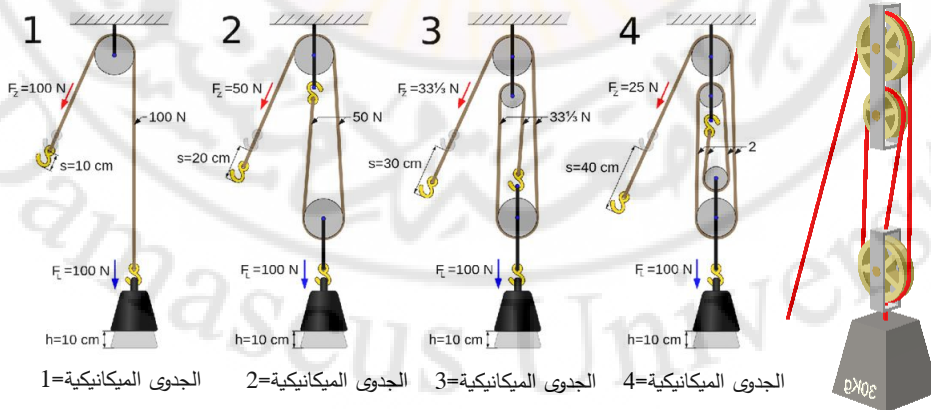


جامعة دمشق - 2022-2023

109

منظومة البكرات المتعددة

خصائص منظومة بكرات الشد
تخفيض شدة شعاع الشد اللازمة لرفع الحمل F

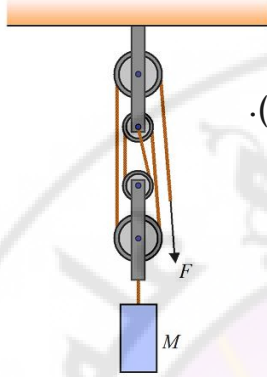


$$T = \frac{W}{n}$$

n عدد بكرات المنظومة = عدد أفرع الرفع

جامعة دمشق - 2022-2023

110



مثال 16:

يتم رفع جسم كتلته M بسرعة ثابتة، عبر ترتيب البكرات الموضح جانباً. احسب قوة الشد اللازمة لرفع الحمل M . (تجاهل كتلة البكرات).

التحليل: البكرتين السفليتين مثبتتان بأربعة فروع من حبل الشد، وقوى الشد في متساوية (مع إهمال ميل الفرع الرابع). قيمة قوة الشد F تساوي:

$$4F - Mg = 0 \quad F = Mg/4$$

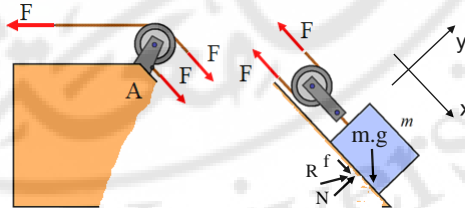
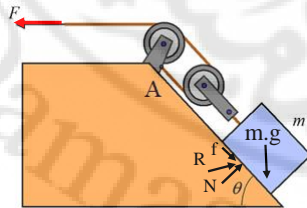
جامعة دمشق - 2022-2023

111



مثال 17

يتم سحب جسم كتلته m بواسطة بكرتين كما هو موضح بالشكل، بسرعة ثابتة على طول سطح مائل بزاوية θ ، معامل الاحتكاك الحركي بين الجسم والسطح هو μ_k . علماً بأن بداية الحبل مثبت عند A ، ويلتف حول البكرتين لتطبيق قوة الشد F . احسب قوة الشد اللازمة لسحب الحمل (تجاهل كتلة البكرات).



عدد الفروع الداخلية لحبل الشد = عدد البكرات: $n=2$.

معادلة التوازن الساكن للجسم m المستقر حسب المحور $\Sigma X=0$.

علماً بأن $\mu_k = m.g. \cos\theta$ وتعاكس جهة الحركة $f=N$.

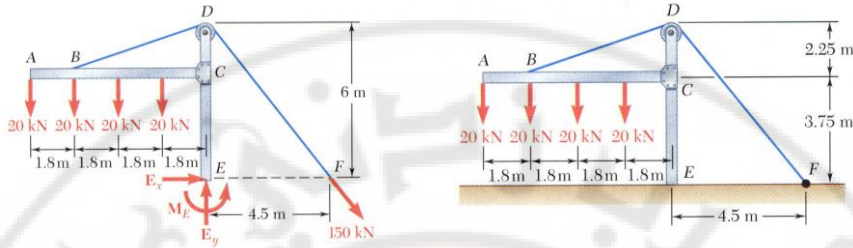
$$\Sigma X=0 \quad -2F + m.g.\sin\theta + m.g. \cos\theta.\mu_k = 0$$

$$F = (1/2)m.g(\sin\theta + \mu_k \cos\theta)$$

جامعة دمشق - 2022-2023

112

مثال 18



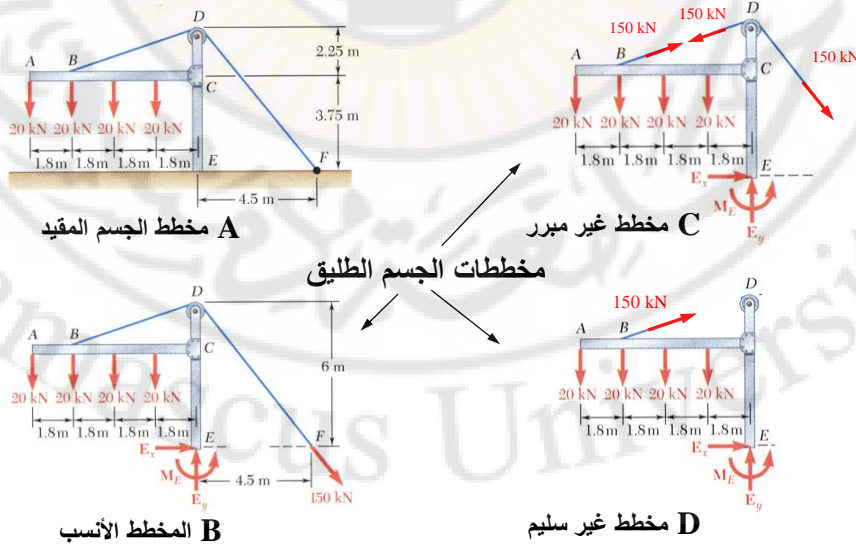
مخطط الجسم الطليق

المفصل المتدرج في D يولد قوتين متساويتين في الشدة حاملهما محور الحبل المعدني، اتجاه كل قوة نحو نهاية الحبل المعدني ومن جهتها.

مظلة معدنية لمرآب سيارات تخضع للقوى المبينة في الشكل. تبين أن قوة الشد المطبقة في حبل التعليق المعدني تساوي $F_{DF}=150\text{N}$. احسب قيمة ردود الفعل في المسند E.

جامعة دمشق - 2022-2023

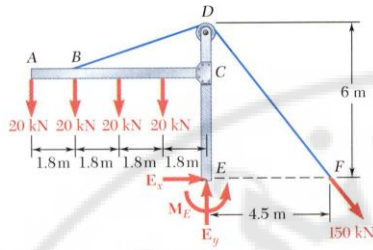
113



جامعة دمشق - 2022-2023

114

المحاضر أ.د. عفيف رحمة



من معادلات التوازن في المستوى

$$\sum \vec{X} = 0 \quad \sum \vec{Y} = 0 \quad \sum \overrightarrow{M_{(b)}} = 0$$

$$\sum F_x = 0: E_x + \frac{4.5}{7.5}(150 \text{ kN}) = 0$$

$$E_x = -90.0 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0: E_y - 4(20 \text{ kN}) - \frac{6}{7.5}(150 \text{ kN}) = 0$$

$$E_y = +200 \text{ kN}$$

$$\sum M_E = 0: +20 \text{ kN}(7.2 \text{ m}) + 20 \text{ kN}(5.4 \text{ m}) \\ + 20 \text{ kN}(3.6 \text{ m}) + 20 \text{ kN}(1.8 \text{ m})$$

$$- \frac{6}{7.5}(150 \text{ kN})4.5 \text{ m} + M_E = 0$$

$$M_E = 180.0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

جامعة دمشق - 2022-2023

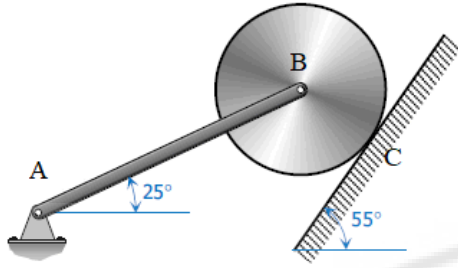
115

جامعة دمشق
Damascus University



ميكانيك هندسي (1) علم السكون

الموضوع

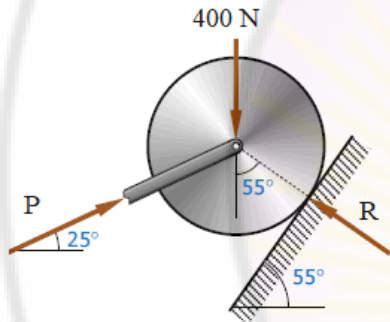


(a)

أسطوانة وزنها $W=400\text{N}$ مثبتة على منحدر سطحه أملس بواسطة قضيب AB عديم الوزن، كما في الشكل. أوجد القوى P و R المؤثرة على الأسطوانة في نقاط التماس.

فكرة الحل الاستفادة من خصائص الاستناد: R عمودية على سطح التماس مع الأسطوانة، أما P فهي منطبقة على العنصر المحوري AB

الحل بطريقة الإسقاط على المحاور الإحداثية (أفقي وشاقولي)



(b)

$$\Sigma F_H = 0$$

$$P \cos 25^\circ = R \sin 55^\circ$$

$$P = 0.9038R$$

$$\Sigma F_V = 0$$

$$P \sin 25^\circ + R \cos 55^\circ = 400$$

$$(0.9038R) \sin 25^\circ + R \cos 55^\circ = 400$$

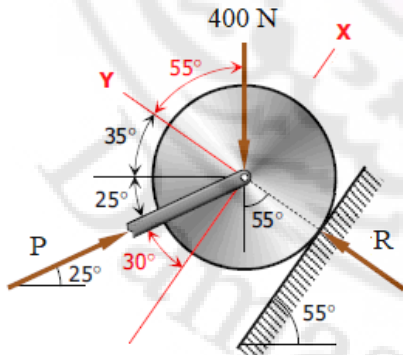
$$0.9556R = 400$$

$$R = 418.60 \text{ N} \quad \text{answer}$$

$$P = 0.9038(418.60)$$

$$P = 378.34 \text{ N} \quad \text{answer}$$

الحل باعتماد دوران المحاور الإحداثية (موازية وعمودية على سطح الاستناد)



(c)

$$\Sigma F_X = 0$$

$$P \cos 30^\circ = 400 \sin 55^\circ$$

$$P = 378.35 \text{ N} \quad (\text{ok!})$$

$$\Sigma F_Y = 0$$

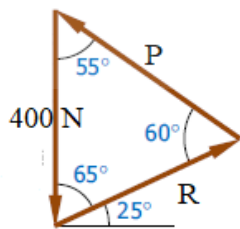
$$R = P \sin 30^\circ + 400 \cos 55^\circ$$

$$R = 378.35 \sin 30^\circ + 400 \cos 55^\circ$$

$$R = 418.60 \text{ N} \quad (\text{ok!})$$

الحل بطريقة التناسب مع جيب الزاوية

من الشكل (b) من معرفة اتجاه القوى، يرسم مخطط تجميع القوى بالقياس الدقيق ويتم قياس شدة P, R



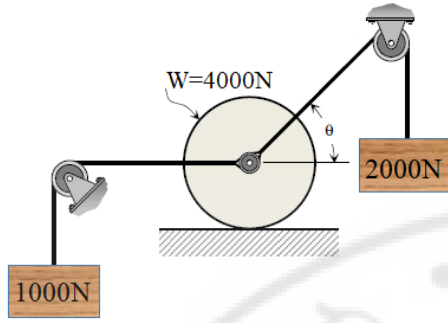
(d)

$$P / \sin 55^\circ = R / \sin 65^\circ = 400 / \sin 60^\circ$$

$$P = 378.35 \text{ N} \quad (\text{ok!})$$

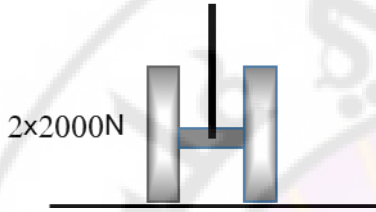
$$R = 418.60 \text{ N} \quad (\text{ok!})$$

الموضوع



يرتبط الحبلان، كما هو مبين بالشكل، بمحور يجمع أسطوانتين مستقرتين على سطح استناد أملس، وزن كل واحدة 2000N. وتعمل الحبال بواسطة بكرات عديمة الاحتكاك على نقل تأثير كتلتين وزنهما 1000N و 2000N، تستخدمان لتحقيق استقرار الأسطوانتين على سطح الاستناد.

حدد الزاوية θ والضغط الطبيعي N بين الأسطوانتين والسطح الأفقي الأملس.



الحل

مبين جانباً مخطط الجسم الطليق للأسطوانتين
وزن الأسطوانتين $W=2 \times 2000=4000N$
من قانون توازن القوى:

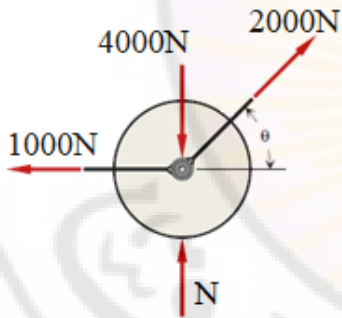
$$\Sigma F_H=0 \quad 2000N \cos\theta=1000N$$

$$\cos\theta=0.5 \quad \theta=60^\circ$$

$$\Sigma F_V=0 \quad N+2000\sin\theta=4000N$$

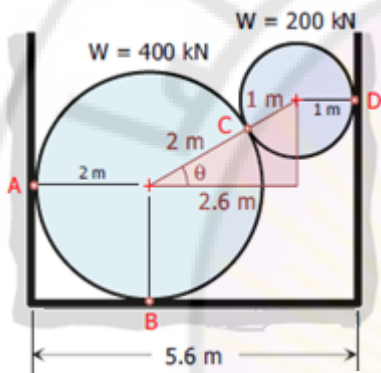
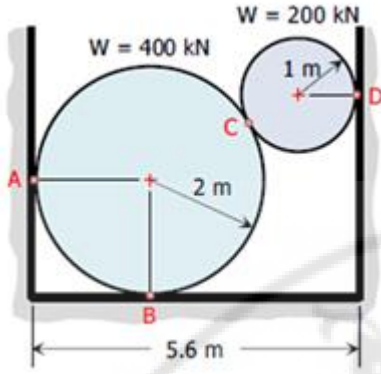
$$N+2000\sin 60^\circ=4000$$

$$N=2268N$$



الموضوع

يحتوي الصندوق على أسطوانتين أوزانها 200 kN و 400 kN، أبعادها مبينة على الشكل الأوزان والأبعاد المشار إليها. بافتراض أسطح ملامسة ناعمة، حدد شدة وميل ردود الأفعال الناشئة فيما بينها في النقاط A و B و C و D.



$$\cos\theta = 2.6/(2+1)$$

$$\theta = 29.93^\circ$$

من مخطط الجسم الطليق للأسطوانة 200 N

$$\Sigma F_V = 0$$

$$R_C \sin\theta = 200$$

$$R_C \sin 29.93^\circ = 200$$

$$R_C = 400.85 \text{ kN}$$

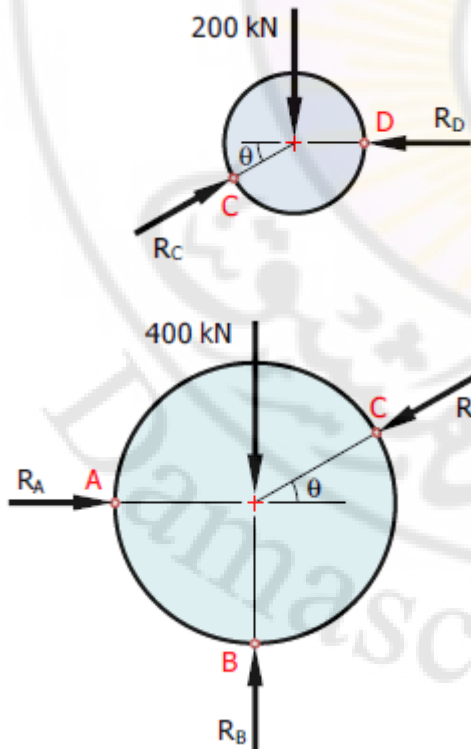
$$\Sigma F_H = 0$$

$$R_D = R_C \cos\theta$$

$$R_D = 400.85 \cos 29.93^\circ$$

$$R_D = 347.39 \text{ kN}$$

من مخطط الجسم الطليق للأسطوانة 400 N



$$\Sigma F_H = 0$$

$$R_A = R_C \cos\theta$$

$$R_A = 400.85 \cos 29.93^\circ$$

$$R_A = 347.39 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_V = 0$$

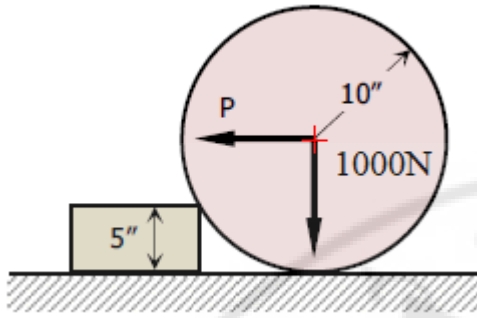
$$R_B = 400 + R_C \sin\theta$$

$$R_B = 400 + 400.85 \sin 29.93^\circ$$

$$R_B = 600 \text{ kN}$$

الموضوع

عجلة نصف قطرها 10 انش تحمل حمولة $W = 1000N$ ، كما هو موضح في الشكل

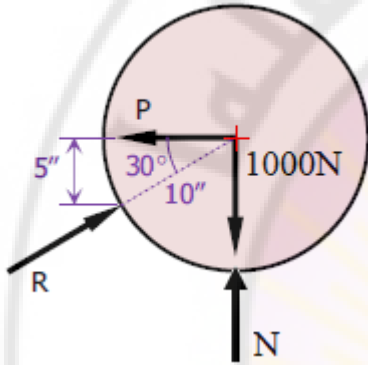


1. حدد القوة الأفقية P المطبقة في مركز العجلة، لتعلو هذه العجلة على طوب ارتفاعه 5 انش. احسب أيضاً عن رد الفعل الناتج تحت الطوب.
2. إذا كان من الممكن أن تأخذ القوة P أي ميل مع الأفقي، حدد القيمة الدنيا لـ P اللازمة لتعلو الطوب، واحسب زاوية ميل القوة P التي يصنعها مع الأفقي، ورد الفعل في الكتلة.

الطلب 1

القوى المطبقة على العجلة:

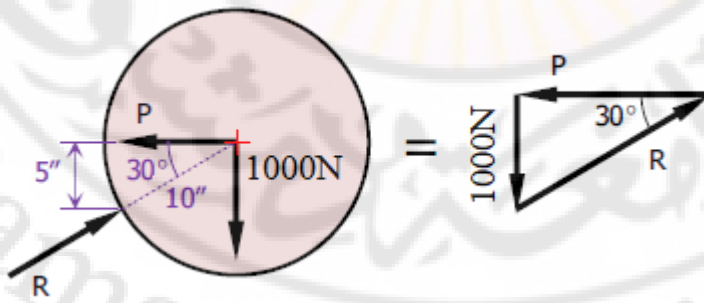
- الوزن الذاتي $W = 1000N$
- رد الفعل R بين العجلة والطوب، وهي قوة ناشئة على مماس العجلة، ومارة من مركزها.
- قوة الشد P
- رد الفعل N بين العجلة وسطح الاستناد الأفقي.



تحليلاً الموضوع

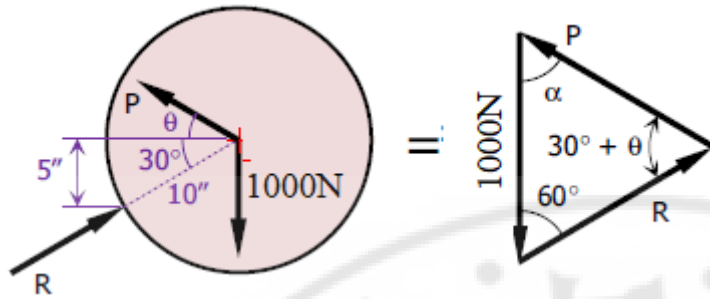
قبل تطبيق القوة P ، الجسم في حالة استقرار ويأخذ رد الفعل N قيمته القصوى المساوية W ، بينما تكون قيمة $R = 0$.

مع بدء تطبيق القوة P وتزايدها بالشدة، يتشكل رد الفعل R ويتصاعد لقاء تناقص في قيمة N . مع تزايد قيمة القوة P حتى قيمة حرجة، تصل العجلة إلى مرحلة الاستقرار الحرج لتصبح قيمة $N = 0$. بتجاوز القوة P القيمة الحرجة تنفصل العجلة عن سطح الاستناد سعياً لتعلو سطح الطوب. بالطبع سيتحرك مركز العجلة مع حركتها نحو الأعلى



الطلب 1

$$\begin{aligned}\tan 30^\circ &= 1000/P \\ P &= 1732.05 \text{ N} \\ \sin 30^\circ &= 1000/R \\ R &= 2000 \text{ N}\end{aligned}$$



الطلب 2

تحليل هذه الحالة لا يختلف عن تحليل الحالة السابقة. مع اعتبار أن حال القوة P ليس أفقياً

$$P/\sin 60^\circ = 1000/\sin(30^\circ + \theta)$$

$$P = 1000 \sin 60^\circ / \sin(30^\circ + \theta)$$

$$dP/d\theta = -1000 \sin 60^\circ \cos(30^\circ + \theta) / \sin^2(30^\circ + \theta) = 0$$

$$-1000 \sin 60^\circ \cos(30^\circ + \theta) = 0$$

ومنه

$$\cos(30^\circ + \theta) = 0$$

$$30^\circ + \theta = 90^\circ$$

$$\theta = 60^\circ$$

لا يمكن أن يكون سوى أن

أي أن

وهي الحالة التي تنفصل العجلة عن سطح الاستناد

$$P_{\min} = 1000 \sin 60^\circ / \sin(30^\circ + 60^\circ)$$

$$P_{\min} = 866.02 \text{ N}$$

$$\alpha = 180^\circ - 60^\circ - (30^\circ + \theta)$$

$$\alpha = 180^\circ - 60^\circ - (30^\circ + 60^\circ)$$

$$\alpha = 30^\circ$$

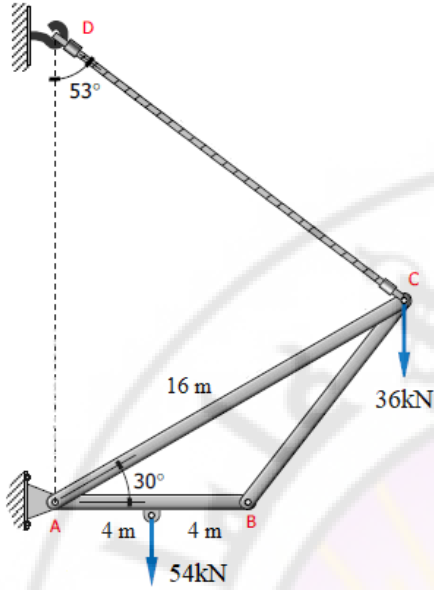
$$R/\sin \alpha = 1000/\sin(30^\circ + \theta)$$

$$R/\sin 30^\circ = 1000/\sin(30^\circ + 60^\circ)$$

$$R = 500 \text{ N}$$

الموضوع

يتم تثبيت الهيكل الموضح في الشكل، عند النقاط A و B و C ويتم تثبيته في حالة توازن بواسطة القرص المضغوط للكابل. تعمل حمولة مقدارها 54 kN عند نقطة المنتصف للعضو AB، ويتم تطبيق حمل قدره 36 kN عند النقطة C. حدد التفاعل عند A، والقوة الداخلية في العضو BC، والتوتر الموجود على الكابل المضغوط.



$$a = 16 \cos 30^\circ = 13.86 \text{ m}$$

$$b = 16 \sin 30^\circ = 8 \text{ m}$$

$$c = a \tan 37^\circ = 13.86 \tan 37^\circ = 10.44 \text{ m}$$

الشدة في الحبل CD

$$\Sigma M_A = 0$$

$$(T \sin 53^\circ)(8 + 10.44) = 36000(13.86) + 54000(4)$$

$$T = 48548.1 \text{ N}$$

رد الفعل في A

$$\Sigma M_D = 0$$

$$A_x(8 + 10.44) = 36000(13.86) + 54000(4)$$

$$A_x = 38772.23 \text{ N}$$

$$\Sigma F_v = 0$$

$$A_y + T \cos 53^\circ = 36000 + 54000$$

$$A_y + 10788.47 \cos 53^\circ = 36000 + 54000$$

$$A_y = 60783.0 \text{ N}$$

$$R_A = \sqrt{A_y^2 + A_x^2}$$

$$R_A = \sqrt{(38772.23)^2 + (60783.0)^2}$$

$$R_A = 72096.18 \text{ N}$$

$$\tan \theta_{Ax} = A_y / A_x = 60783.0 / 38772.23$$

$$\theta_{Ax} = 57.47^\circ$$

عليه فإن

$$R_A = 72096.18 \text{ N at } \theta_{Ax} = 57.47^\circ \text{ مع الافق}$$

القوة في CD

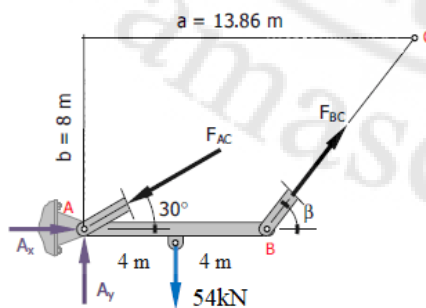
$$\tan \beta = 8 / (13.86 - 8) \quad \beta = 53.78^\circ$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$(F_{BC} \sin \beta)(8) = 54000(4)$$

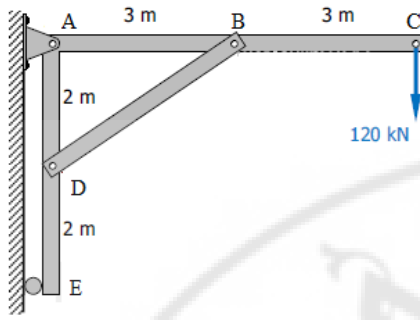
$$(F_{BC} \sin 53.78^\circ)(8) = 54000(4)$$

$$F_{BC} = 33467.45 \text{ N tension}$$

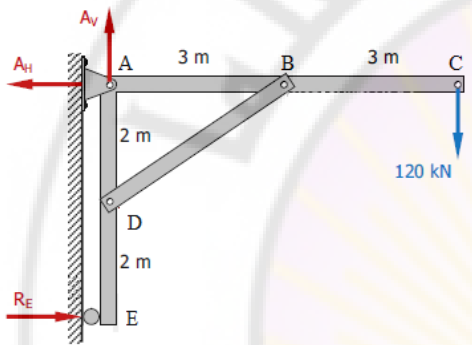


الموضوع

الهيكل الموضح في الشكل ممتد على الجدار استناد مفصلي في A واستناد بسيط في E. احسب القوة المؤثرة على العنصر BD وردود الفعل عند A و E. مع اعتبار عناصر الهيكل صلابة غير قابلة للتشوه.

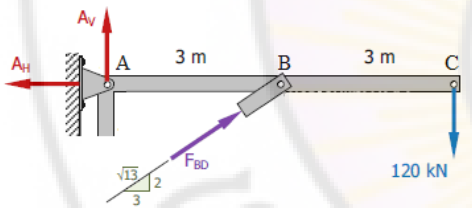


$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0 \\ 4R_E &= 6(120) \\ R_E &= 180 \text{ kN}\end{aligned}$$



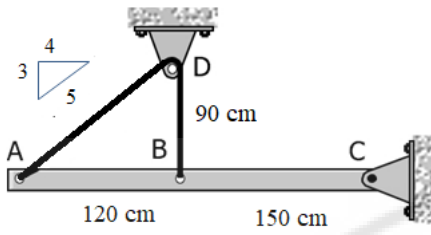
$$\begin{aligned}\Sigma F_H &= 0 \\ A_H &= R_E \\ A_H &= 180 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma F_V &= 0 \\ A_V &= 120 \text{ kN}\end{aligned}$$

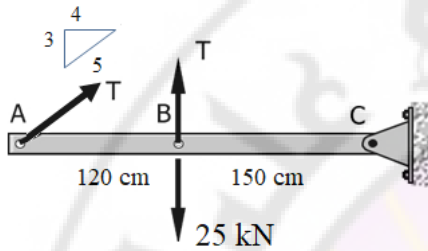


$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0 \\ 3(2F_{BD}/\sqrt{13}) &= 6(120) \\ F_{BD} &= 432.67 \text{ kN}\end{aligned}$$

الموضوع



الجائز الموضح في الشكل، وزنه 25 kN، مثبت بمفصل عند C ومحمل بحبل يمتد من A إلى B عبر بكرة ملساء عند D. أوجد قيمة القوى في الحبل ابحث عن الضغط في الكبل إذا كان قطره 1.5 سم وكان الشريط يزن 25 كيلو نيوتن.



$$\Sigma M_C = 0$$

$$-150T - (T \times 270 \times 3/5) + 25 \times 10^3 \times 150 = 0$$

$$T = 12 \text{ kN}$$

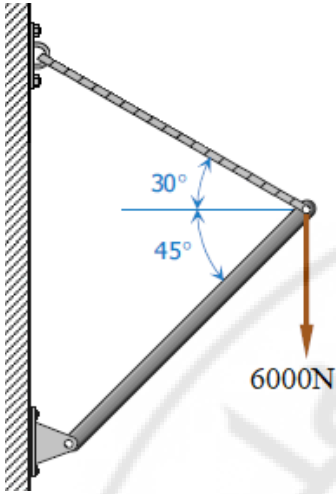
$$T = \sigma A$$

$$12000 = \sigma [\pi (15^2) / 4]$$

$$\sigma = 68 \text{ MPa}$$

الموضوع

ينقل الكبل والذراع، الموضحان في الشكل، حمولة تبلغ 6000N. حدد قوة الشد T في الكبل وضغط الضغط لـ C في ذراع الرافعة.



$$\Sigma F_H = 0$$

$$C \cos 45^\circ = T \cos 30^\circ$$

$$C = 1.2247T$$

$$\Sigma F_V = 0$$

$$T \sin 30^\circ + C \sin 45^\circ = 6000$$

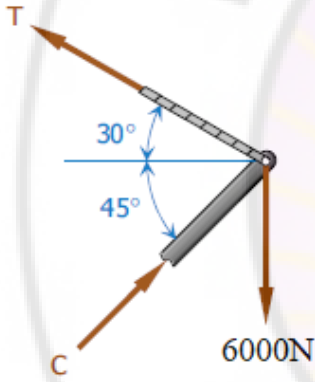
$$T \sin 30^\circ + (1.2247T) \sin 45^\circ = 6000$$

$$1.366T = 6000$$

$$T = 4392.4 \text{ lb}$$

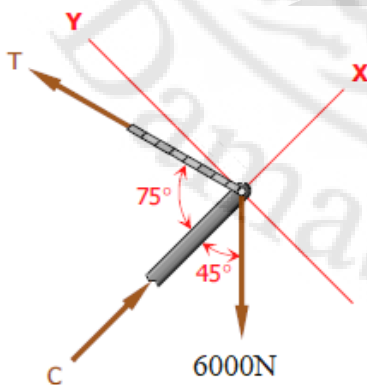
$$C = 1.2247(4392.4)$$

$$C = 5379.4 \text{ N}$$



طريقة الإسقاط حسب X, Y

نختار منحى الشعاع C محوراً X



$$\Sigma F_Y = 0$$

$$T \sin 75^\circ = 6000 \sin 45^\circ$$

$$T = 4392.3 \text{ N}$$

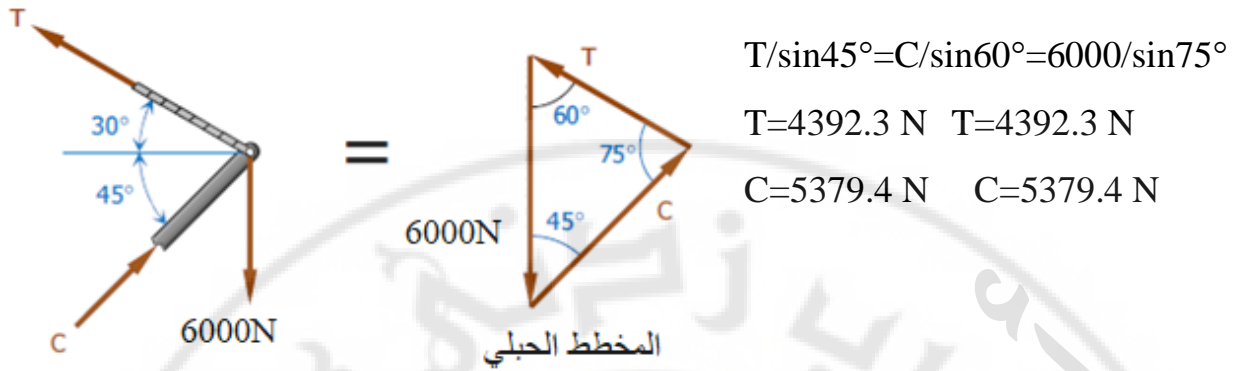
$$\Sigma F_X = 0$$

$$C = T \cos 75^\circ + 6000 \cos 45^\circ$$

$$C = 4392.3 \cos 75^\circ + 6000 \cos 45^\circ$$

$$C = 5379.4 \text{ N}$$

طريقة التناسب



الموضوع

صندوق وزنه 300N مثبت على مستوى أملس، معرض لقوة P مائلة بزاوية θ مع المستوى كما هو موضح في الشكل. إذا كانت $\theta = 30^\circ$ ، فأوجد قيمة P والضغط الطبيعي N المطبقة على المستوى.

$$\Sigma F_x = 0 \quad P \cos \theta = W \sin 30^\circ$$

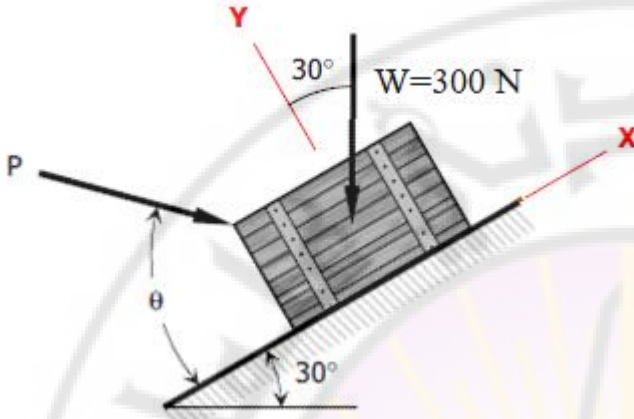
$$P \cos 45^\circ = 300 \sin 30^\circ$$

$$P = 212.13 \text{ N} \quad \text{answer}$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad N = P \sin \theta + W \cos 30^\circ$$

$$N = 212.13 \sin 45^\circ + 300 \cos 30^\circ$$

$$N = 409.81 \text{ N} \quad \text{answer}$$



إذا كانت قيمة P تساوي 180N، فأوجد الزاوية θ التي يجب أن تميل عندها مع المستوى الأملس لتحمل صندوق 300N في حالة اتزان.

$$\Sigma F_x = 0$$

$$P \cos \theta = W \sin 30^\circ$$

$$180 \cos \theta = 300 \sin 30^\circ$$

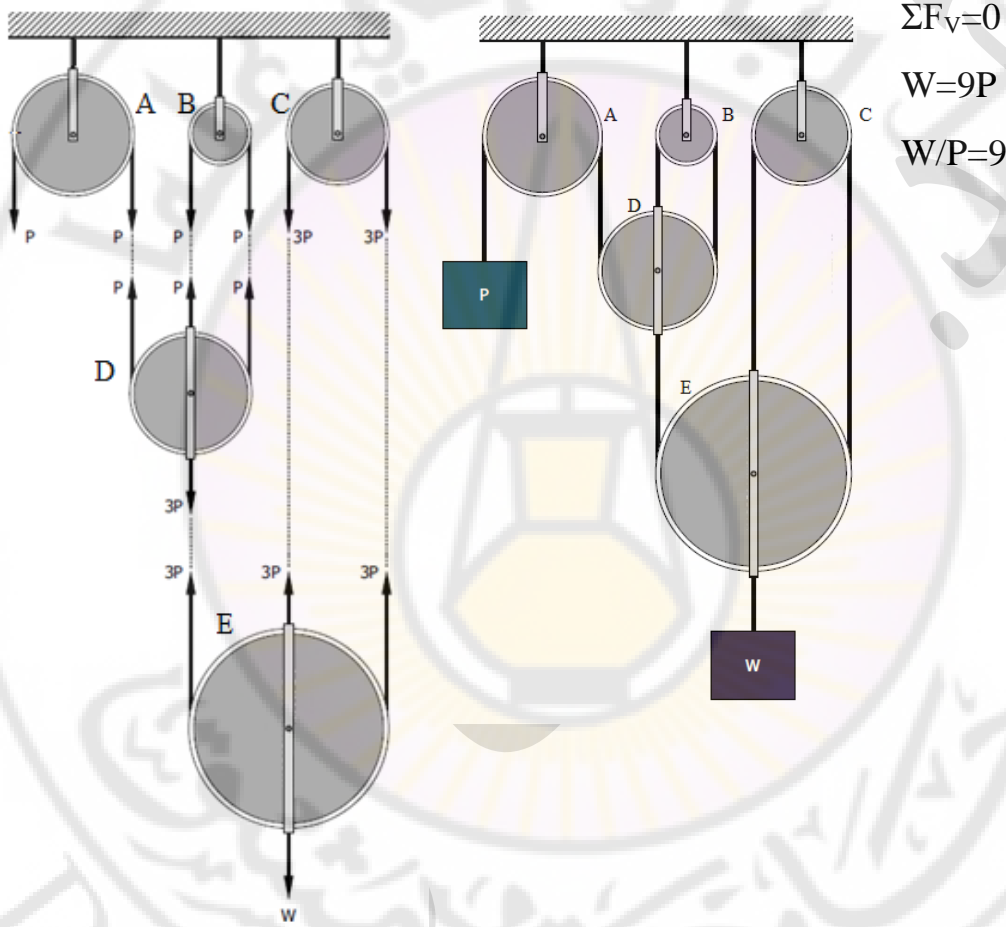
$$\cos \theta = 5/6$$

$$\theta = 33.56^\circ$$

الموضوع

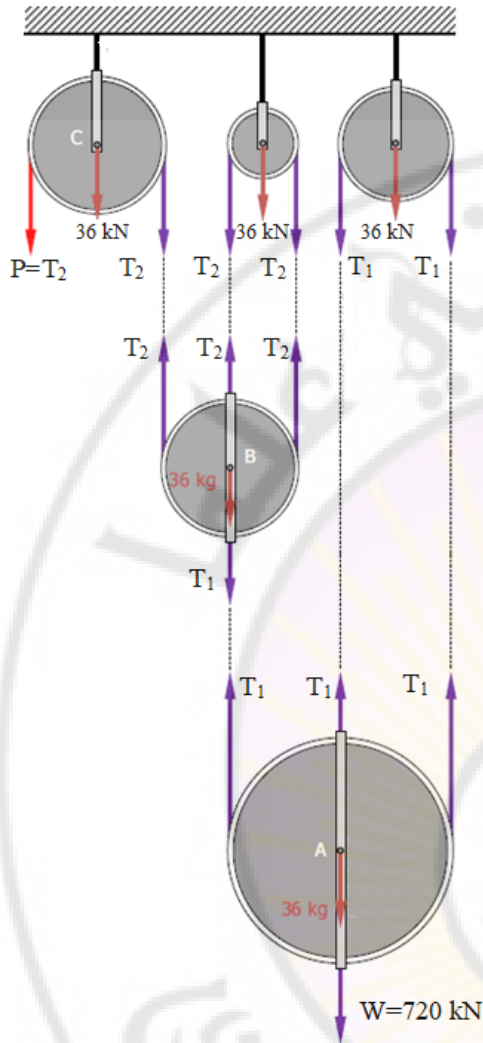
بالنسبة لنظام البكرات الموضح في الشكل، أوجد نسبة W إلى P للحفاظ على التوازن، مع إهمال احتكاك المحور وأوزان البكرات

من تحليل توزيع القوى في حبال الشد الداخلية بدأ من حمولة الشد P المطبقة عند البكرة A وانتهاء بالبكرة السفلى E ، نجد



الموضوع

المطلوب تحليل قوى الشد في منظومة البكرات المبينة جانباً وحساب شدة قوى الشد المطبقة في الحبال، علماً بأن البكرة الأم تنقل حمولة $W=720 \text{ kN}$ ، ووزن البكرة الواحدة 36 kN .



من البكرة A

$$\begin{aligned}\Sigma F_V &= 0 \\ 3T_1 &= 36 + 720 \\ 3T_1 &= 726 \\ T_1 &= 252 \text{ kN}\end{aligned}$$

من البكرة B

$$\begin{aligned}\Sigma F_V &= 0 \\ 3T_2 &= 36 + T_1 \\ 3T_2 &= 36 + 252 \\ 3T_2 &= 288 \\ T_2 &= 96 \text{ kN}\end{aligned}$$

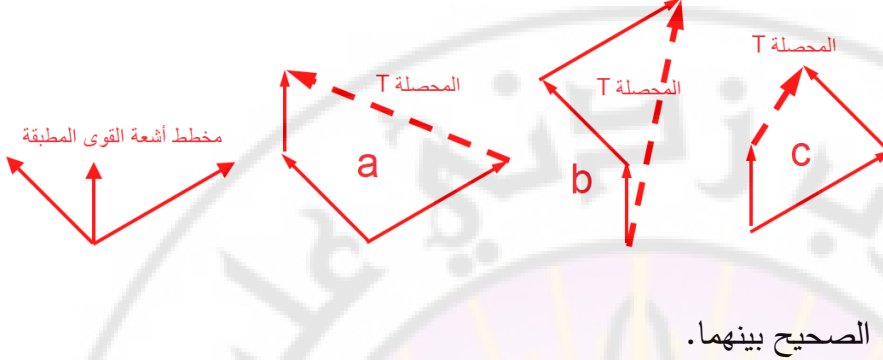
من البكرة C

$$P = T_2$$

وعليه فإن قوة الشد $P=96 \text{ kN}$

نماذج عن أسئلة الامتحانات

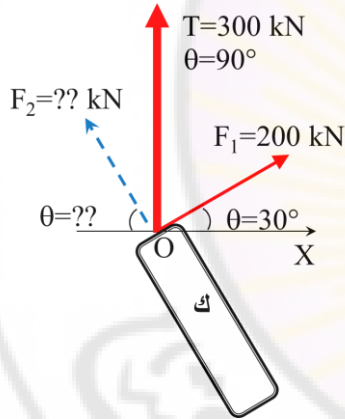
السؤال 1 (علامتان)



في الأشكال التالية مخطط أشعة القوى المطبقة على جسم وثلاثة مخططات a, b, c لتجميع القوى تخطيطياً وتحديد عناصر المحصلة T. ما هو الشكل الصحيح بينهما.

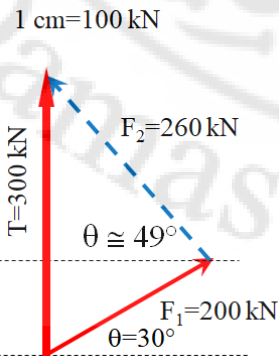
الإجابة **b**

السؤال 2 (8 علامات)



تتلاقى القوى F_1 , F_2 في النقطة O لسحب الجسم (ك). محصلة هذه القوى T شدتها 300kN وميلها 90° عن المحور X. بالطريقة التخطيطية تجميع القوى حدد عناصر الشعاع F_2 (الشدة، ميل الحامل والاتجاه) اعتبر كل 100 kN=1cm

الشدة kN	θ حسب المحور X	F
200	30°	F_1
260	49°	F_2
300	90°	T



الإجابة

السؤال 3 (25 علامة)

يحتوي الصندوق على أسطوانتين أوزانها وأبعادها مبينة في الشكل جانباً. بافتراض جميع الأسطح ملساء،

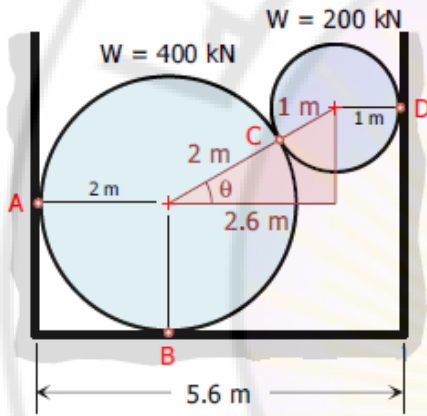
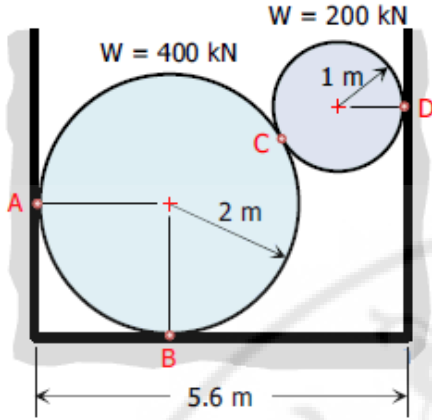
1. احسب المسافة الأفقية بين مركزي الأسطوانتين والميل

بينهما (5 علامة)

ارسم الجسم الطليق للأسطوانتين

2. حدد ردود الفعل عند C و D (5+5 علامة).

3. حدد ردود الفعل عند A و B (5+5 علامة)



$$L_{(1-2)} = 1 + 2 = 3 \text{ cm}$$

$$L_{h(1-2)} = 5.6 - 1 - 2 = 2.6 \text{ cm}$$

$$\cos \theta = 2.6 / (2 + 1)$$

$$\theta = 29.93^\circ$$

From the FBD of 200 kN cylinder

$$\Sigma F_V = 0$$

$$R_C \sin \theta = 200$$

$$R_C \sin 29.93^\circ = 200$$

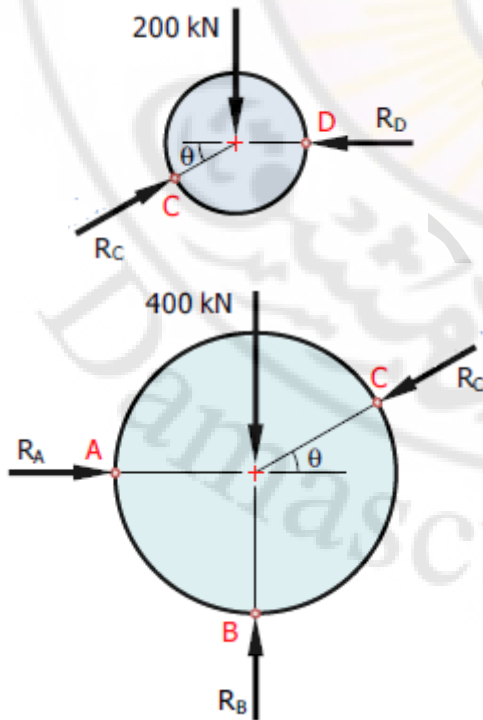
$$R_C = 400.85 \text{ kN} \quad \text{answer}$$

$$\Sigma F_H = 0$$

$$R_D = R_C \cos \theta$$

$$R_D = 400.85 \cos 29.93^\circ$$

$$R_D = 347.39 \text{ kN} \quad \text{answer}$$



From the FBD of 400 kN cylinder

$$\Sigma F_H = 0$$

$$R_A = R_C \cos \theta$$

$$R_A = 400.85 \cos 29.93^\circ$$

$$R_A = 347.39 \text{ kN} \quad \text{answer}$$

$$\Sigma F_V = 0$$

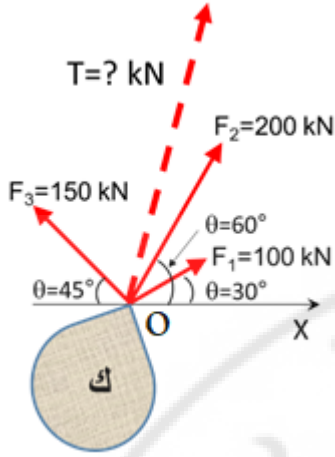
$$R_B = 400 + R_C \sin \theta$$

$$R_B = 400 + 400.85 \sin 29.93^\circ$$

$$R_B = 600 \text{ kN} \quad \text{answer}$$

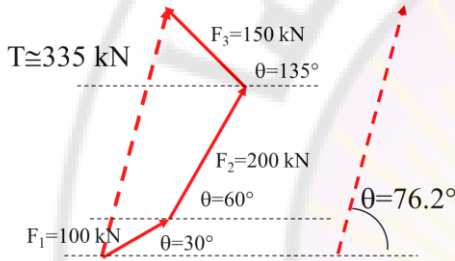
(10 علامات)

السؤال 1



تتلاقى القوى F_1 ، F_2 ، F_3 في النقطة O لسحب الجسم (ك).
بطريقة مصلع القوى احسب شدة محصلة القوى T المطبقة على
الجسم (ك) وحدد ميلها (بشكل تقريبي). اعتبر كل 1 سم مكافئ
لقوة 100kN

الشدة	θ حسب المحور X	F
100kN	30°	F_1
200 kN	60°	F_2
150 kN	135°	F_3



الإجابة

بالقياس $T \approx 335$ kN
بالقياس $\theta = 76.2^\circ$

علماً بوجود عدة مسارات لتسلسل تجميع القوى، لكنها تصل إلى
نتيجة واحدة $T = 335$ kN و $\theta = 76.2^\circ$
صحة الشكل والقيمة التقريبية للقوة T وللزاوية 10 علامات

الإجابة بطريقة الإسقاط:

يمكن للطالب أن يقدم أي حل آخر وفق الطرق الرياضية مثل طريقة إسقاط الأشعة على المحاور X-Y أو
طريقة تناسب الأضلاع مع جيب الزوايا (تخفيض العلامة إلى 8 في حال تقديم حل بديل وصحيح)

$$\Sigma F_x = 0 \quad F_1 \cos \theta_1 = F_2 \cos \theta_2 + F_3 \cos \theta_3 - T_x = 0$$

$$100 \cdot 0.866 + 200 \cdot 0.5 - 150 \cdot 0.707 - T_x = 0 \quad T_x = 0 \quad 80.5 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad F_1 \sin \theta_1 = F_2 \sin \theta_2 + F_3 \sin \theta_3 - T_y = 0$$

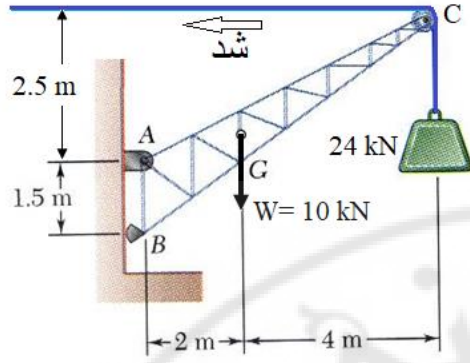
$$100 \cdot 0.5 + 200 \cdot 0.866 + 150 \cdot 0.707 - T_y = 0 \quad T_y = 0 \quad 329.27 \text{ kN}$$

$$T = \sqrt{(T_x^2 + T_y^2)} = \sqrt{(80.5^2 + 329.27^2)} = 338.9 \text{ kN}$$

$$\tan \theta = T_y / T_x = 329.27 / 80.5 = 4.088 \quad \theta = 76.25^\circ$$

(25 علامة)

السؤال 2



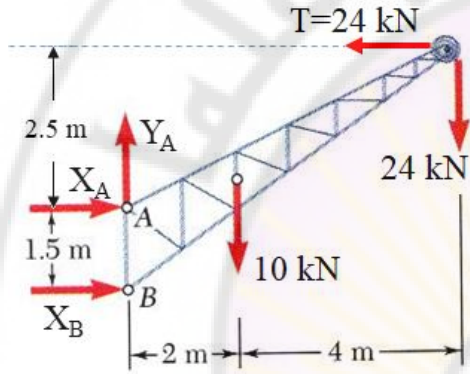
الرافعة ABC وزنها الذاتي $W=10 \text{ kN}$ ، مثبتة بمفصل في A، ومستندة في B بمسند منزلق موجه شاقولياً. تستخدم الرافعة لرفع وزن أقصى مقداره $P=24 \text{ kN}$.

1- ارسم الجسم الطليق للرافعة

2- احسب ردود الأفعال في كل من A و B.

3- احسب بالطريقة المناسبة ميل رد الفعل في A عن الجدار الشاقولي.

(أبعاد البكرة مهملة)



الجسم الطليق (2 علامة)

الإجابة

تعمل البكرة على تغيير اتجاه القوة المتمثلة بالوزن $P=24 \text{ kN}$ وهي قوة شد في الحبل $T=24 \text{ kN}$ المسند A مفصلي والمسند B منزلق (متدحرج) موجه شاقولياً (رد الفعل أفقي).

حساب ردود الأفعال:

$$T=P=24 \text{ kN}$$

بفعل البكرة

(4 علامات)

$$\sum M_A = 0 \quad -24 \cdot 6\text{m} - 10 \cdot 2\text{m} + 24 \cdot 2.5\text{m} + X_B \cdot 1.5 = 0$$

$$X_B = + 69.3 \text{ kN} \quad (4 \text{ علامات})$$

$$\sum X = 0 \quad X_A + X_B + T = 0 \quad X_A + 69.3 - 24 = 0$$

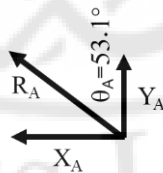
$$X_A = - 45.3 \text{ kN} \quad (4 \text{ علامات})$$

$$\sum Y = 0 \quad Y_A + P + W = 0 \quad Y_A - 10 - 24 = 0$$

$$Y_A = + 34 \text{ kN} \quad (4 \text{ علامات})$$

$$R_A = \sqrt{(-45.3^2 + 34^2)} = 56.6 \text{ kN}$$

(3 علامات)



ميل رد الفعل في R_A عن الشاقول

$$\tan \theta_A = X_A / Y_A = (- 45.3 / 34) = 1.33$$

$$\theta_A = 53.1^\circ$$

(4 علامات)

(15 علامات، لكل فقرة 5 علامات)

السؤال 1

تتلاقى القوتان F_1 , F_2 في النقطة O لسحب الجسم (ك).

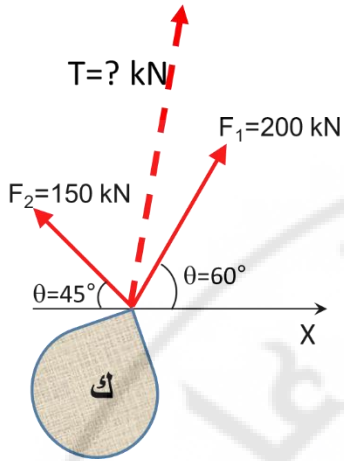
1. لتوضيح عناصر شعاع المحصلة، ارسم مضع القوى المطبقة على

الجسم (ك)

2. احسب شدة المحصلة T وفق نظرية Kashi

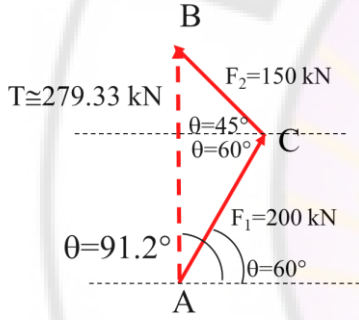
3. احسب بطريقة السينوس Sin ميل المحصلة T نسبة للمحور X

الرسم اعتبر كل 1 سم مكافئ لقوة 50kN



الشدة	θ° حسب المحور X	F
200kN	60°	F_1
150 kN	135°	F_2
?	?	T

الإجابة



1 (5 علامات)

2 (5 علامات)

$$T^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos C^\circ$$

$$T^2 = 200^2 + 150^2 - 2 \cdot 200 \cdot 150 \cos 105^\circ$$

$$T = 279.33 \text{ kN}$$

3 (5 علامات)

$$\sin C^\circ / T = \sin A^\circ / F_2 = \sin B^\circ / F_1$$

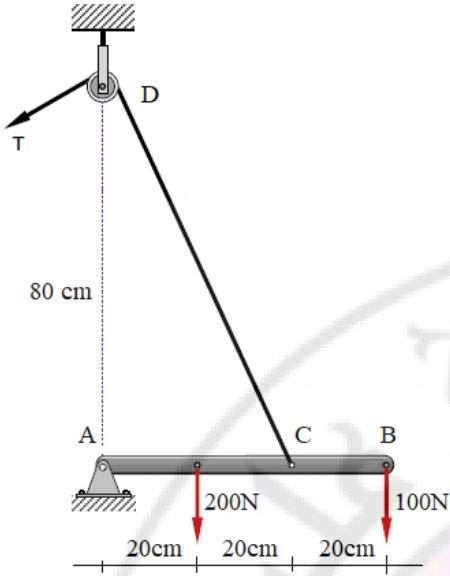
$$\sin 105^\circ / 279.33 = \sin A^\circ / 150 = \sin B^\circ / 200$$

$$A^\circ = 31.2^\circ \quad B^\circ = 43.75^\circ$$

$$\theta^\circ = 91.2^\circ$$

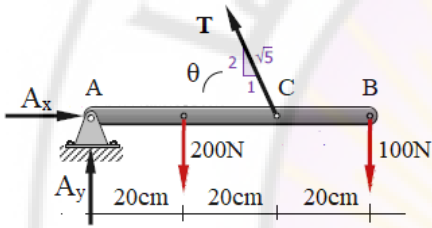
السؤال 2

(20 علامة)



الذراع AB متمفصل في A، وليبقى في وضع أفقي يتم دعمه بواسطة كابل يمتد من C إلى بكرة صغيرة عند D. (أبعاد البكرة مهملة)

1. ما هو دور البكرة (2 درجة)
 2. ما خصائص العنصر الحبلي (2 درجة)
 3. ما هي خصائص المسند المفصلي المستخدم في A (2 درجة)
 4. ارسم مخطط الجسم الطليق للذراع AB (2 درجة)
 5. باستخدام معادلات التوازن الساكن، احسب قوة الشد T في الكبل، ورد الفعل في A. (12 درجات)
- (نقاس العلامة بحسب صحة الحل وصحة الإجابة)



الإجابة

1. تعمل البكرة على تغيير اتجاه ومنحى قوة الشد T في الحبل CD.
2. العنصر الحبلي يعمل على الشد فقط.
3. لرد الفعل في المسند المفصلي مركبتان أفقية وشاقولية.
4. الجسم الطليق (2 علامة)
5. المسند A مفصلي ولرد الفعل مركبتين حسب X و Y.

(لم يكن من الضروري حسابها) $\cos\theta = 1/\sqrt{5} = 0.447$ $\sin\theta = 2/\sqrt{5} = 0.894$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$40(2/\sqrt{5})T = 20(200) + 60(100) \quad T = 279.51 \text{ N} \quad (4 \text{ درجات})$$

$$\Sigma F_V = 0$$

$$A_V + (2/\sqrt{5})T - 200 - 100 = 0$$

$$A_V + (2/\sqrt{5})(279.51) - 300 = 0 \quad A_V = 49.99 \text{ N} \quad (4 \text{ درجات})$$

$$\Sigma F_H = 0$$

$$A_H - (1/\sqrt{5})T = 0$$

$$A_H = (1/\sqrt{5})(279.51) \quad A_H = 125.0 \text{ N} \quad (4 \text{ درجات})$$

الأخطاء المرتكبة في حل السؤال الاول:

- الزاوية بين T و F_2 لا تساوي 45° والزاوية بين T و F_1 لا تساوي 30°
- عدم الدقة في الرسم
- خطأ في تحديد اتجاه المحصلة T

الأخطاء المرتكبة في حل السؤال الثاني:

اعتبار الشكل المبين جانباً هو الجسم الطليق، يقتضي الأخذ برد الفعل R_D وله مركبتان D_X و D_Y ، ليصبح عدد المجاهيل 6:

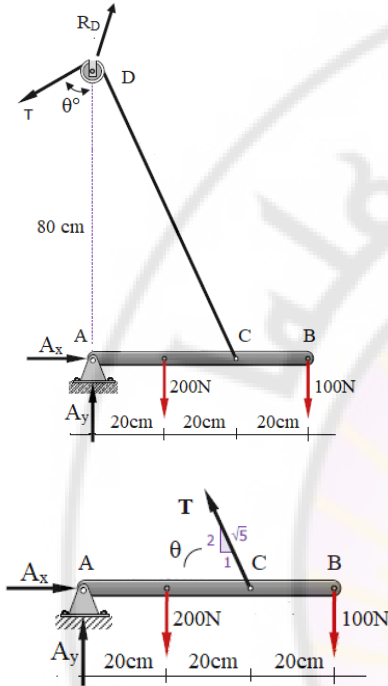
D_X و D_Y ، A_X و A_Y ، T ومعرفة الميل θ° لقوة الشد T وهي قيمة غير محددة في معطيات المسألة.

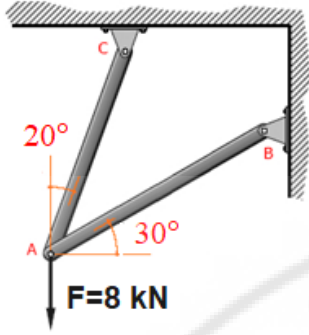
ولحل المسألة نحتاج لخمس معادلات بدلاً من 3، فيما لو حددت قيمة للزاوية θ° .

الأصح لحل المسألة هو اعتبار الجسم الطليق الشكل المبين أدناه.

ومن الأخطاء الشائعة في الحل

- عدم كتابة قيمة ذراع عزم المركبة الشاقولية للقوة T في المعادلة ΣM_A
- لم يستفد الطالب من معطيات المسألة $(1, 2, \sqrt{5})$ ، التي تقلل من احتمال ارتكاب الخطأ في حساب $\sin\theta^\circ$ و $\cos\theta^\circ$





(15 علامات، لكل فقرة 5 علامات)

السؤال 1

العنصران المحوريان AB, AC يعملان لنقل الحمولة $F=8\text{ kN}$

1. ما هي خصائص العنصر المحوري (2 علامة)
2. ارسم بالطريقة التخطيطية مضلع القوى في A (5 علامة)
3. احسب بطريقة السينوس Sin قيمة القوة في AB و AC (4+4 علامة)

الإجابة

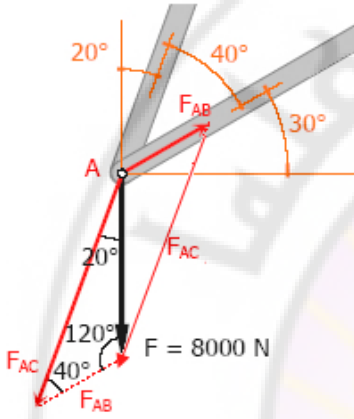
1- تتحمل العناصر المحورية قوى الضغط والشد وتكون القوى منطبقة على محور العنصر.

2 الحمولة F قوة خارجية توزع كقوتين على العنصرين AB و AC

و

نحدد شكل متوازي الأضلاع من منحنى العنصرين AB و AC كحاملين

للقوتين F_{AB} و F_{AC}



رسم خطأ

$$3- F_{AB}/\sin 20^\circ = 8/\sin 40^\circ$$

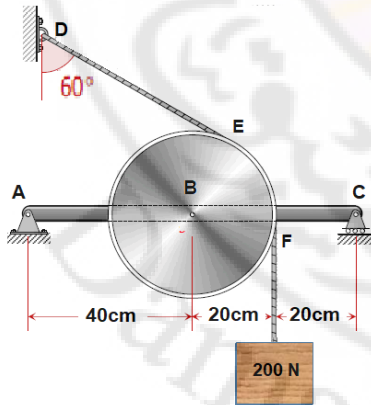
$$F_{AB} = 4.25 \text{ N} \quad \text{ضغط}$$

$$F_{AC}/\sin 120^\circ = 8/\sin 40^\circ$$

$$F_{AC} = 10.77 \text{ N} \quad \text{شد}$$

الإجابة 2

الأخطاء الشائعة: استنتاج خاطئ لقيم الزوايا. رسم خطأ لأشعة القوى.



(20 علامة)

السؤال 2

العارضة AC متمفصلة في A ومستندة استناد حر في C. تُركب بكرة نصف قطرها 20 سم في B وتحمل حمولة 200 نيوتن بواسطة حبل ممتد حتى D، كما هو موضح في الشكل.

- 1- ما هي خصائص العنصر الحبلي (2 علامة)
- 2- ما هو دور البكرة (2 علامة)

مع إهمال وزن العارضة

3- ارسم مخطط الجسم الطليق للبكرة واحسب قيم مركبتي رد الفعل

في B (6 علامة)

4- ارسم مخطط الجسم الطليق للعارضة AC واحسب قيم ردود

الفعل في كل من A و C (10 علامات)

(تقاس العلامة بحسب صحة الحل وصحة الإجابة) ولا تنسى أن

المماس عمودي على نصف قطر الدائرة.

الإجابة

- 1- العنصر الحبلية عنصر تنطبق القوة على محوره ويعمل على الشد فقط
- 2- تعمل البكرة على تغيير اتجاه ومنحى قوة الشد T المتولدة في الحبل من الحمل W .
- 3- الجسم الطليق للبكرة مبين جانبا

وبناءً على (2) تأخذ قوة الشد القيمة $T=200N$

وإذا أراد الطالب التحقق فيأخذ عزوم القوى حول B

$$\Sigma M_B = T \cdot 20 - 200 \cdot 20 = 0$$

$$T = 200N$$

المسند في B مفصلي ولرد الفعل مركبتان أفقية وشاقولية

$$B_V + T \sin 30^\circ - 200 = 0$$

$$B_V + 200 \sin 30^\circ - 200 = 0$$

$$B_V = 100 N$$

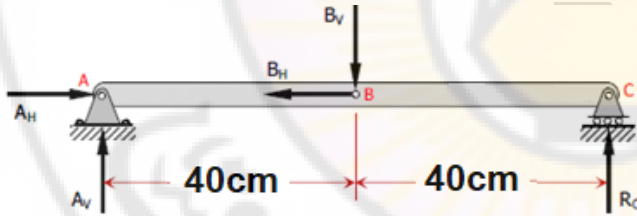
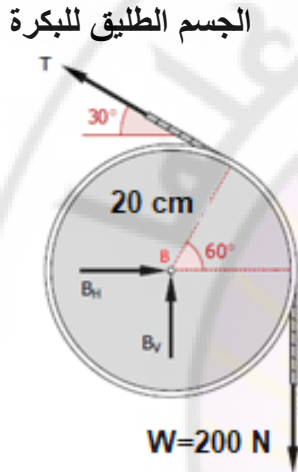
$$\Sigma F_H = 0$$

$$B_H = T \cos 30^\circ$$

$$B_H = 200 \cos 30^\circ$$

$$B_H = 173.20 N$$

رغم بديهية قيمة T إلا أن عدد كبير من الطلاب أخطأ في تحديد شدتها، حيث لم ينتبه الطالب لما ذكره في (2)، أو لكتابته معادلات إسقاط غير صحيحة



4- الجسم الطليق للعارضة

الحمولة 200N مطبقة على البكرة ومنها إلى العارضة بشكل ردود فعل.

الخطأ الشائع في إجابة الطلاب، هو وضع ردود الأفعال في B والحمولة في F، علماً بأن F تنتمي للبكرة ولا تنتمي للعارضة. أي أن الحمولة F على البكرة يجب أن تنتقل كردود فعل إلى العارضة.

$$\Sigma M_A = 0$$

$$80R_C = 40B_V$$

$$80R_C = 40(100)$$

$$R_C = 50 N$$

$$\Sigma M_C = 0$$

$$80A_V = 40B_V$$

$$80A_V = 40(100)$$

$$A_V = 50 N$$

$$\Sigma F_H = 0$$

$$A_H = B_H$$

$$A_H = 173.20 N$$

$$\sqrt{R_A} = \sqrt{A_H^2 + A_V^2}$$

$$\sqrt{R_A} = \sqrt{173.20^2 + 50^2}$$

$$R_A = 180.27 N$$

$$\tan \theta_{Ax} = A_V / A_H$$

$$\tan \theta_{Ax} = 50 / 173.20$$

$$\theta_{Ax} = 16.1^\circ$$

العيوب العامة في الكتابة والإجابة على أسئلة الامتحان

- الشطب المتكرر وإعادة الكتابة
- الخط السيئ
- عدم ترتيب خطوات الإجابة
- تكرار العمليات الحسابية أو الحساب بأكثر من طريقة
- أخطاء في العمليات الحسابية البسيطة (جمع، ضرب، طرح وقسمة)
- أخطاء في حساب Sin و Cos